I. LỚP 6

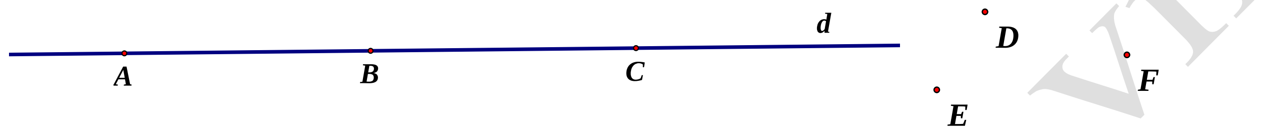
1. Dấu chấm nhỏ trên trang giấy là hình ảnh của điểm (Dùng các chữ cái in hoa: A, B, C, …để đặt tên cho điểm).

2. Bất cứ hình nào cũng là tập hợp tất cả những điểm. Một điểm cũng là một hình.

3. Sợi chỉ căng thẳng, mép bảng,… cho ta hình ảnh của đường thẳng. Đường thẳng không bị giới hạn về hai phía.

4. Khi ba điểm A,B, C cùng thuộc một đường thẳng, ta nói chúng thẳng hàng

5. Khi ba điểm A,B, C không cùng thuộc bất kì đường thẳng nào, ta nói chúng không thẳng hàng.



Kí hiệu: $A \in d$: *điểm A thuộc d*; $D \notin d$: *điểm D không thuộc d*

6. Nhận xét: Trong ba điểm thẳng hàng, có một và chỉ một điểm nằm giữa hai điểm còn lại.

7. Nhận xét: Có một đường thẳng và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm A và B.

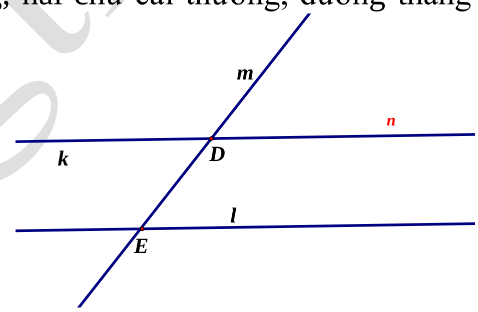
8. Có ba cách gọi tên một đường thẳng: một chữ cái thường, hai chữ cái thường, đường thẳng đi qua hai chữ cái in hoa (đường thẳng AB,…)

9. Ba vị trí tương đối giữa hai đường thẳng:

☞ Trùng nhau ($k \equiv n$)

☞ Cắt nhau($m \cap l; m \cap k$)

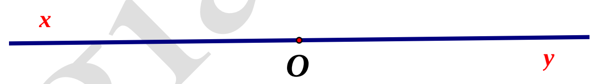
☞ Song song($k \,//\, l$)



Hai đường thẳng không trùng nhau còn được gọi là hai đường thẳng phân biệt. Hai đường thẳng phân biệt hoặc chỉ có một điểm chung hoặc không có điểm chung nào.

10. Tia: Hình gồm điểm O và một phần đường thẳng bị chia ra bởi O được gọi là một tia gốc O (còn được gọi là một nửa đường thẳng gốc O)

☞ Hai tia chung gốc Ox và Oy tạo thành đường thẳng xy được gọi là hai tia đối nhau.

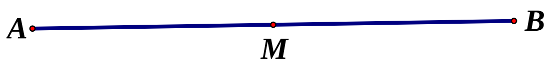


Nhận xét: Mỗi điểm trên đường thẳng là gốc chung của hai tia đối nhau.

☞ Hai tia trùng nhau: Tia Ox và tia OB trùng nhau

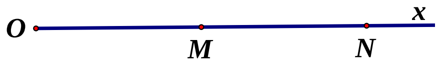
11. Đoạn thẳng AB là hình gồm điểm A, điểm B và tất cả các điểm nằm giữa A và B. Hai điểm A, B là hai mút (hoặc hai đầu)

12. Nhận xét: Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A và B thì $\boxed{AM + MB = AB}$. Ngược lại, nếu $\boxed{AM + MB = AB}$ thì điểm M nằm giữa hai điểm A và B.

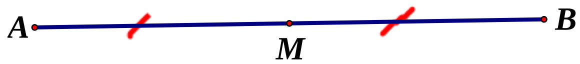


13. Trên tia Ox bao giờ cũng vẽ được **một và chỉ một** điểm M sao cho OM= a (đvđd)

14. Trên tia Ox, OM=a, ON=b, nếu $\boxed{0 < a < b}$ thì điểm M nằm giữa hai điểm O và N.

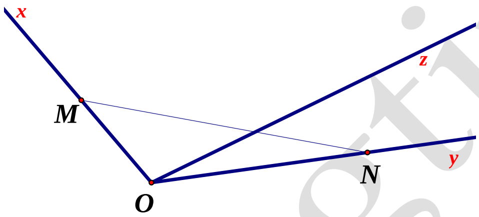


15. Trung điểm M của đoạn thẳng AB là điểm nằm giữa A, B và cách đều A, B (MA = MB). Trung điểm của đoạn thẳng AB còn được gọi là điểm chính giữa của đoạn thẳng AB.



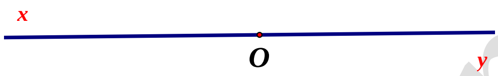
16. Trang giấy, mặt bảng là hình ảnh của mặt phẳng.Mặt phẳng không bị giới hạn về mọi phía.
Hình gồm đường thẳng a và một phần mặt phẳng bị chia ra bởi a được gọi là một nửa mặt phẳng bờ a.

17. Tia nằm giữa hai tia: Cho 3 tia Ox, Oy, Oz chung gốc. Lấy điểm M bất kì trên tia Ox, lấy điểm N bất kì trên tia Oy (M và N đều không trùng với điểm O). Nếu tia Oz cắt đoạn thẳng MN tại một điểm nằm giữa M và N ta nói tia Oz nằm giữa hai tia Ox, Oy.

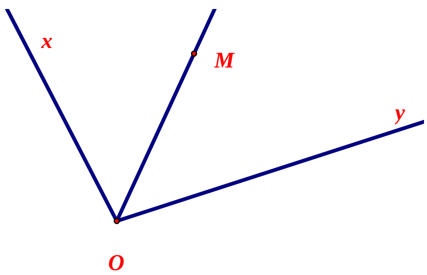


18. Góc là hình gồm hai tia chung gốc. Gốc chung của hai tia là đỉnh của góc. Hai tia là hai cạnh của góc ($\widehat{xOy}$, $\widehat{NOM}$)

19. Góc bẹt là góc có hai cạnh là hai tia đối nhau $\boxed{\widehat{xOy} = 180^0}$



20. Điểm nằm bên trong góc: Khi hai tia Ox, Oy không đối nhau, điểm M là điểm nằm bên trong góc $\widehat{xOy}$ nếu tia OM nằm giữa Ox, Oy



21. Góc có số đo bằng 90^0 là **góc vuông** (hay 1v).

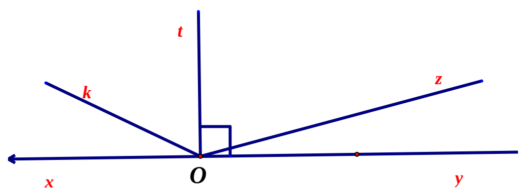
Góc nhỏ hơn góc vuông là **góc nhọn.**

Góc lớn hơn góc vuông nhưng nhỏ hơn góc bẹt là **góc tù.**

Góc vuông: $\widehat{xOt} = \widehat{yOt} = 90^0$;

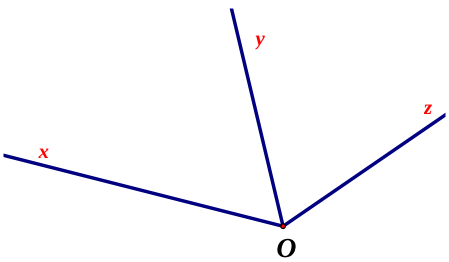
Góc nhọn: $\widehat{xOk}$; $\widehat{kOt}$; $\widehat{zOt}$; $\widehat{zOy}$

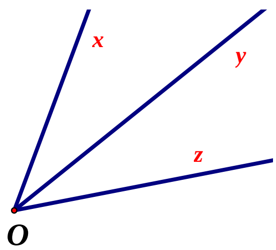
Góc tù: $\widehat{xOz}$; $\widehat{kOy}$



22. Nhận xét: Nếu tia Oy nằm giữa hai tia Ox và Oy thì $\boxed{\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}}$.

Ngược lại, nếu $\boxed{\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz}}$ thì tia Oy nằm giữa hai tia Ox, Oz.



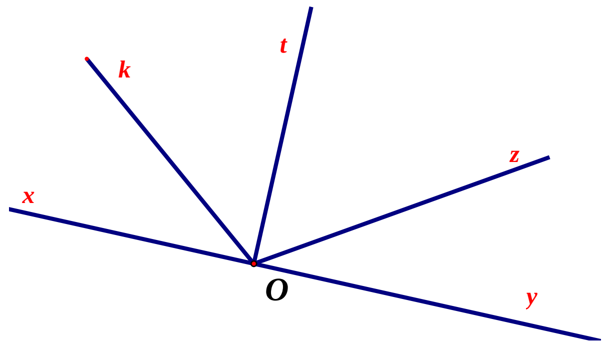


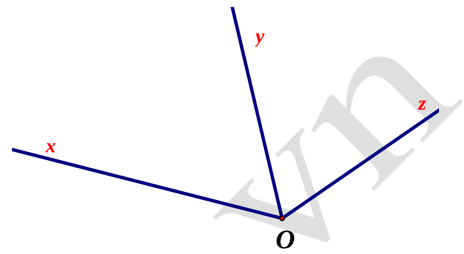
23. **Hai góc kề nhau** là hai góc có **một cạnh chung** và hai cạnh còn lại nằm trên **hai nửa mặt phẳng đối nhau** có bờ chứa cạnh chung.

24. **Hai góc phụ nhau** là hai góc có tổng số đo bằng 90^0

25. **Hai góc bù nhau** là hai góc có tổng số đo bằng 180^0

26. Hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau là **hai góc kề bù**. (có tổng bằng 180^0)

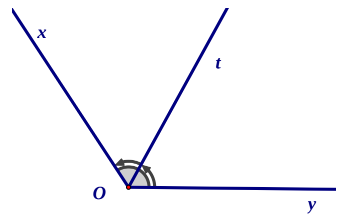




Hai góc kề nhau: ________________ **Hai góc bù nhau:**________________

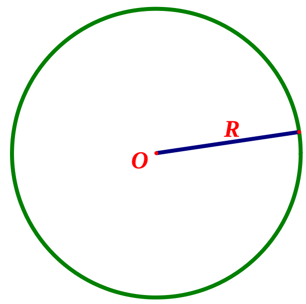
Haigóc phụ nhau:________________ **Hai góc kề bù:** ________________

27. $\widehat{xOy} = m^0$, $\widehat{xOz} = n^0$, vì $m^0 < n^0$ nên **tia Oy nằm giữa hai tiaOx và Oz**.



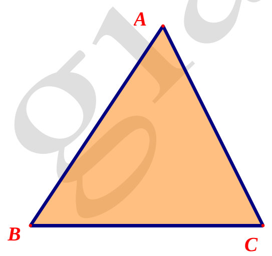
28. **Tia phân giác** của một góc là tia nằm giữa hai cạnh của góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau. Mỗi góc (không phải là góc bẹt) chỉ có một tia phân giác. Chú ý: Đường thẳng chứa tia phân giác của một góc là **đường phân giác** của góc đó.

29. **Đường tròn**: Đường tròn tâm O, bán kính R là hình gồm các điểm cách O một khoảng bằng R, kí hiệu (O; R).

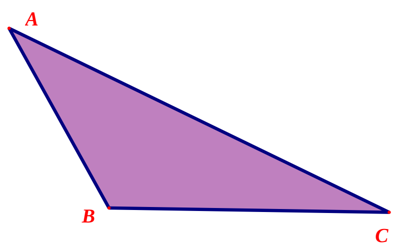


30. **Hình tròn** là hình gồm các điểm nằm trên đường tròn và các điểm nằm bên trong đường tròn đó.

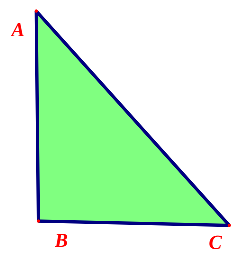
31. **Tam giác ABC** là hình gồm ba đoạn thẳng AB, BC, CA khi ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Tam giác có cả ba góc nhọn gọi là tam giác nhọn (HÌNH 1), có 1 góc tù là tam giác tù, có 1 góc vuông là tam giác vuông.



HÌNH 1



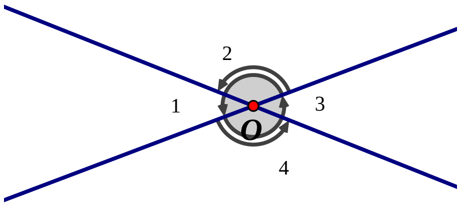
HÌNH 2



HÌNH 3

II. LỚP 7

1. Hai góc đối đỉnh



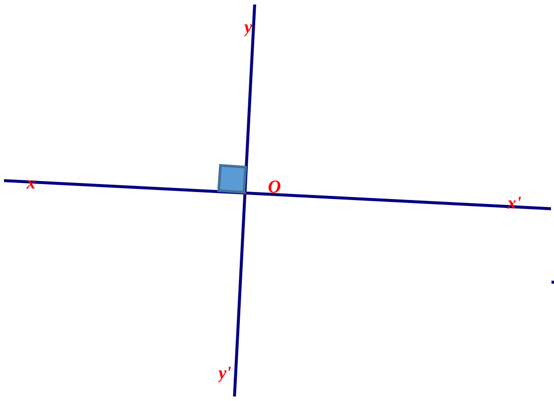
☞ Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.

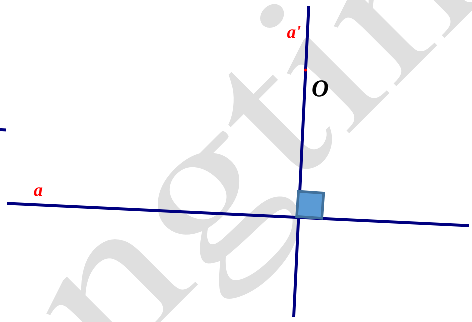
☞ Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau. $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}; \widehat{O_2} = \widehat{O_4}$

2. Hai đường thẳng vuông góc

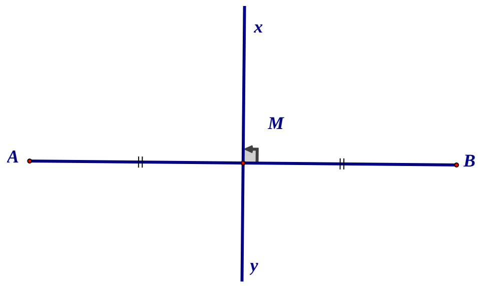
☞ Hai đường thẳng xx', yy' cắt nhau và trong các góc tạo thành có một góc vuông được gọi là hai đường thẳng **vuông góc** và được kí hiệu là $\boxed{xx' \perp yy'}$.

☞ Thừa nhận tính chất sau: Có một và chỉ một đường thẳng a' đi qua điểm O và vuông góc với đường thẳng a cho trước.





3. Đường trung trực của đoạn thẳng

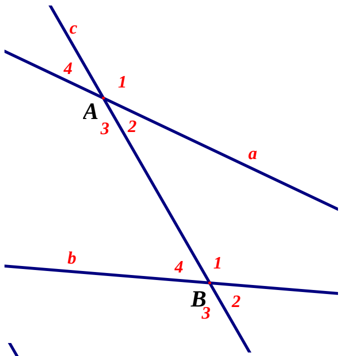


Đường thẳng **vuông góc** với một đoạn thẳng **tại trung điểm** của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng ấy.

*Khi xy là đường trung trực của đoạn thẳng AB ta cũng nói: Hai điểm A và B là **đối xứng** với nhau qua đường thẳng xy.

$$\boxed{xy \text{ là đường trung trực của đoạn thẳng } AB \begin{cases} xy \perp AB \text{ tại } M \\ MA = MB \end{cases}}$$

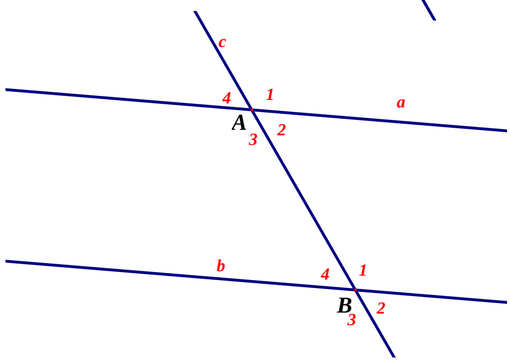
4. Các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng:



Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và tạo thành các cặp góc:

- ✓ So le trong: $\widehat{A_2}$ và $\widehat{B_4}$, $\widehat{A_3}$ và $\widehat{B_1}$
- ✓ Đồng vị: $\widehat{A_1}$ và $\widehat{B_1}$, $\widehat{A_2}$ và $\widehat{B_2}$, $\widehat{A_4}$ và $\widehat{B_4}$, $\widehat{A_3}$ và $\widehat{B_3}$
- ✓ Trong cùng phía: $\widehat{A_3}$ và $\widehat{B_4}$, $\widehat{A_2}$ và $\widehat{B_1}$

5. Hai đường thẳng song song



☞ Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng **không có điểm chung**.

☞ Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song: Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và trong các góc tạo thành có một **cặp góc so le trong bằng nhau** (hoặc **một cặp góc đồng vị bằng nhau**) thì a và b song song với nhau. Kí hiệu: $\boxed{a // b}$

6. Tiên đề Ơ – clit về đường thẳng song song

☞ **Tiên đề**: *Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.*

☞ **Tính chất**: Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:

✓ Hai góc so le trong bằng nhau

✓ Hai góc trong cùng phía bù nhau

✓ Hai góc đồng vị bằng nhau

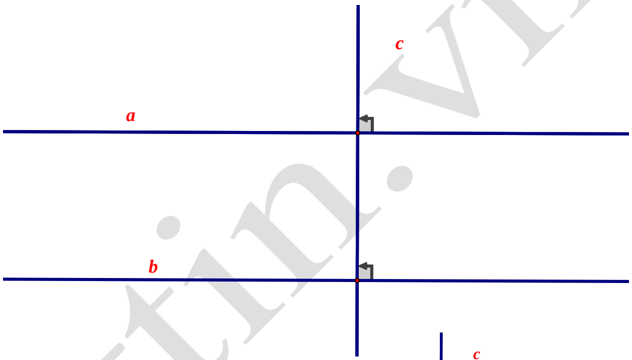
Nếu $a//b$ thì:

✓ $\widehat{A_2} = \widehat{B_4}; \widehat{A_3} = \widehat{B_1}$

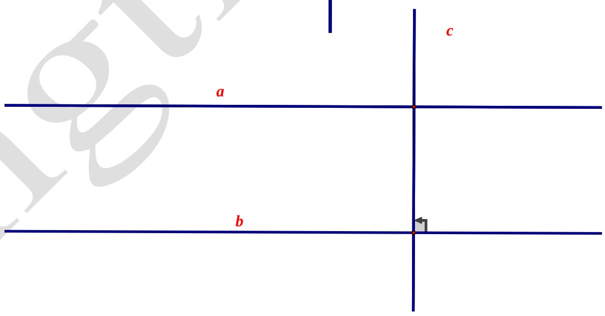
✓ $\widehat{A_3} + \widehat{B_4} = 180^0, \widehat{A_2} + \widehat{B_1} = 180^0$

✓ $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}; \widehat{A_2} = \widehat{B_2}; \widehat{A_3} = \widehat{B_3}; \widehat{A_4} = \widehat{B_4}$

7. Quan hệ giữa tính vuông góc với tính song song



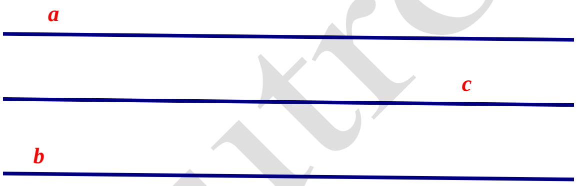
☞ Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau. $\boxed{\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases} => a//b}$



☞ Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia. $\boxed{\begin{cases} c \perp b \\ a//b \end{cases} => c \perp a}$

☞ Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

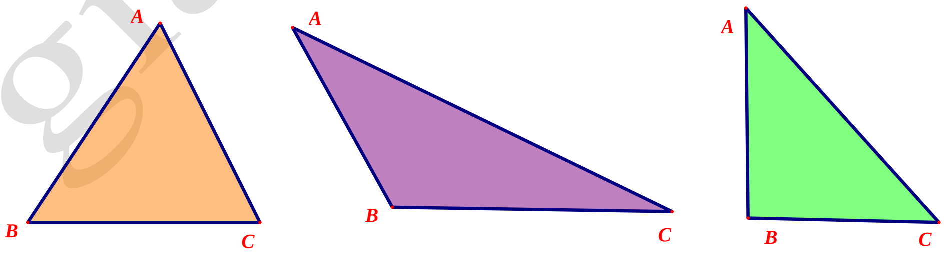
$\boxed{\left.\begin{matrix} a//c \\ b//c \end{matrix}\right\} => a//b}$



8. Tổng ba góc trong một tam giác

☞ Tổng ba góc của một tam giác bằng 180^0:

$\boxed{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^0}$



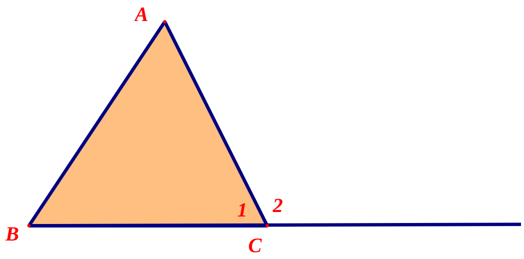
HÌNH 1 HÌNH 2 HÌNH 3

☞ Trong một tam giác vuông hai góc nhọn phụ nhau. Ở HÌNH 3, $\hat{A} + \hat{C} = 90^0$

☞ Góc ngoài của một tam giác là góc kề bù với một góc của tam giác ấy.

☞ Định lí: Mỗi góc ngoài của một tam giác bằng tổng của hai góc trong không kề với nó.

$\boxed{\hat{A} + \hat{B} = \widehat{C_2}}$



✓ Nhận xét: Góc ngoài của tam giác lớn hơn mỗi góc trong không kề với nó.

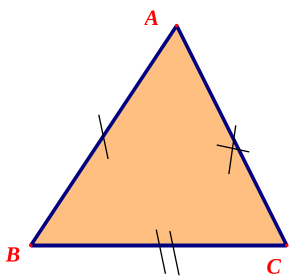
9. Hai tam giác bằng nhau

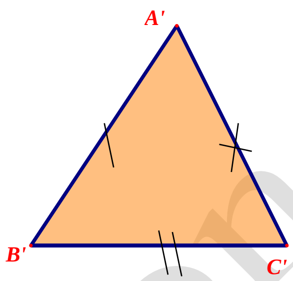
☞ **Hai tam giác bằng nhau** là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.

$$\Delta ABC = \Delta A'B'C' \text{ có:} \begin{cases} AB = A'B'; AC = A'C'; BC = B'C' \\ \widehat{A} = \widehat{A'}; \widehat{B} = \widehat{B'}; \widehat{C} = \widehat{C'} \end{cases}$$

Trường hợp bằng nhau của tam giác:

✍ **Trường hợp 1: Cạnh – cạnh – cạnh.** Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



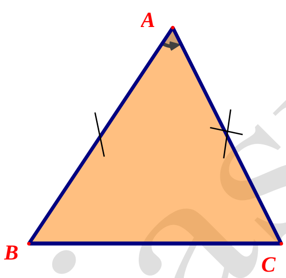


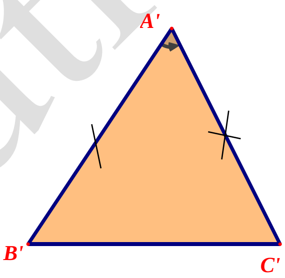
Nếu ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có:

$$\begin{cases} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C' \ (c.c.c)$$

✍ **Trường hợp 2: Cạnh – góc – cạnh.** Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



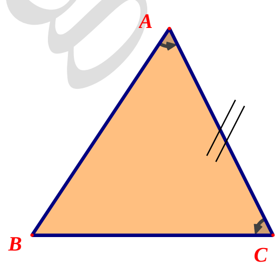


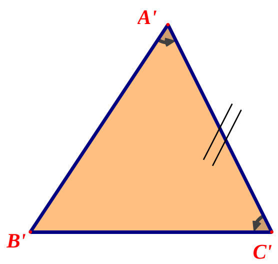
Nếu ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có:

$$\begin{cases} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ \widehat{A} = \widehat{A'} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C' \ (c.g.c)$$

✍ **Trường hợp 3: Góc – cạnh – góc.** Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



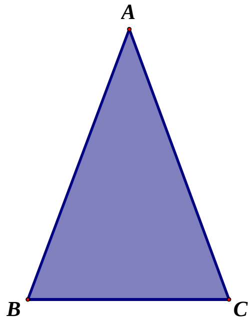


Nếu ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có:

$$\begin{cases} \widehat{A} = \widehat{A'} \\ AC = A'C' \\ \widehat{C} = \widehat{C'} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C' \ (g.c.g)$$

10. <u>Tam giác cân</u>: là tam giác có *hai cạnh bằng nhau.*

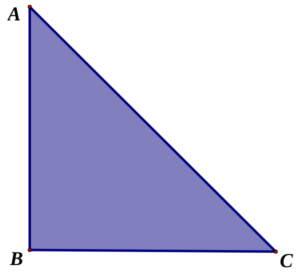


☞ **Định lí 1:** Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

`$\boxed{\Delta ABC: AB = AC => \widehat{B} = \widehat{C}}$

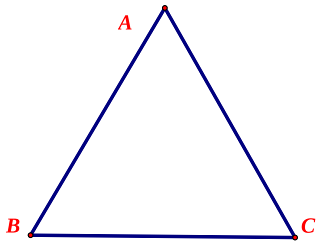
☞ **Định lí 2:** Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân. $\boxed{\widehat{B} = \widehat{C} => \Delta ABC \text{ cân}}$

☞ **Tam giác vuông cân** là tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng nhau.



$$\boxed{\Delta ABC: \begin{cases} \widehat{B} = 90^0 \\ BA = BC \end{cases} => \Delta ABC \text{ vuông cân}}$$

☞ Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau



$$\boxed{\Delta ABC: AB = AC = BC => \Delta ABC \text{ đều}}$$

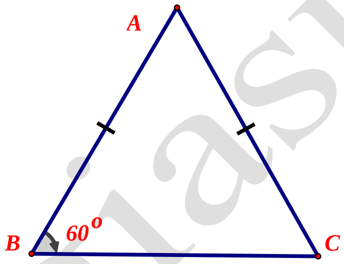
☞ Hệ quả:

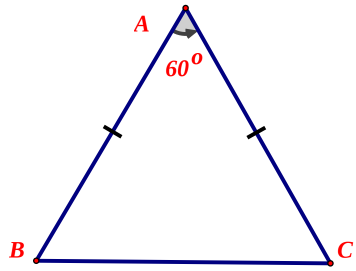
✓ Trong một tam giác đều, mỗi góc bằng 60^0. $\boxed{\Delta ABC \text{ đều} => \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^0}$

✓ Nếu một tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.

$\boxed{\Delta ABC: \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} => \Delta ABC \text{ đều.}}$

✓ Nếu một tam giác cân có một góc bằng 60^0 thì tam giác đó là tam giác đều.

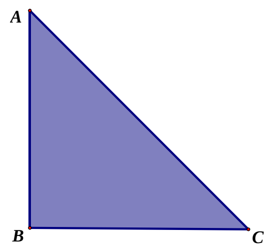




$$\boxed{\Delta ABC: \begin{cases} \widehat{B} = 60^0 \\ AB = AC \end{cases} => \Delta ABC \text{ đều}}$$

$$\boxed{\Delta ABC: \begin{cases} \widehat{A} = 60^0 \\ AB = AC \end{cases} => \Delta ABC \text{ đều}}$$

11. <u>Định lí Py- ta- go</u>: Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.



$$\boxed{\Delta_v ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ (Định lý Pytago)}}$$

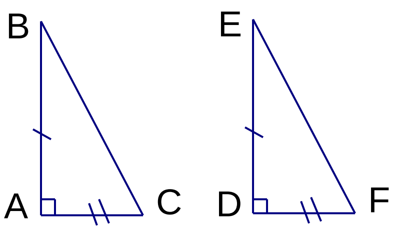
***Định lí đảo**: Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

ΔABC:
$AC^2 = \boldsymbol{a}$
$AB^2 + BC^2 = \boldsymbol{a}$
$=> AC^2 = AB^2 + BC^2$
=>ΔABCvuông tại B (Định lý Pytago đảo)

12. <u>Các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông</u>

+ Trường hợp 1: Hai cạnh góc vuông.

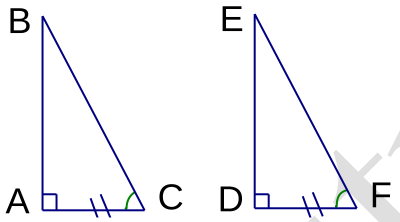
Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Xét $\Delta_v ABC$ và $\Delta_v DEF$
$\begin{cases} AB = DE \\ AC = DF \end{cases}$
$\Rightarrow \Delta_v ABC = \Delta_v DEF$
(Hai cạnh góc vuông)

+ Trường hợp 2: Cạnh góc vuông – góc nhọn.

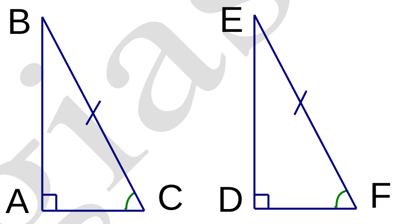
Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai giác vuông đó bằng nhau.



Xét $\Delta_v ABC$ và $\Delta_v DEF$
có: $\begin{cases} AC = DF \\ \hat{C} = \hat{F} \end{cases}$
$\Rightarrow \Delta_v ABC = \Delta_v DEF$
(Cạnh góc vuông - góc nhọn)

+ Trường hợp 3: Cạnh huyền – góc nhọn

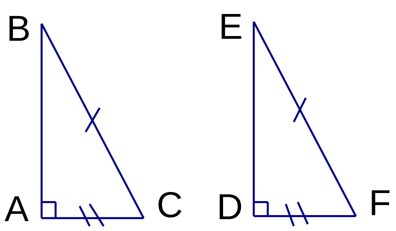
Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Xét $\Delta_v ABC$ và $\Delta_v DEF$
có: $\begin{cases} BC = EF \\ \hat{C} = \hat{F} \end{cases}$
$\Rightarrow \Delta_v ABC = \Delta_v DEF$
(Cạnh huyền - góc nhọn)

+ Trường hợp 4: Cạnh huyền - cạnh góc vuông.

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

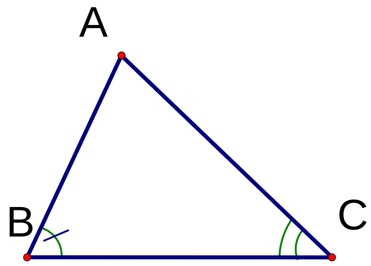


Xét $\Delta_v ABC$ và $\Delta_v DEF$
có: $\begin{cases} BC = EF \\ AC = \text{DF} \end{cases}$
$\Rightarrow \Delta_v ABC = \Delta_v DEF$
(Cạnh huyền – cạnh góc vuông)

13. Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác:

Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.

Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.



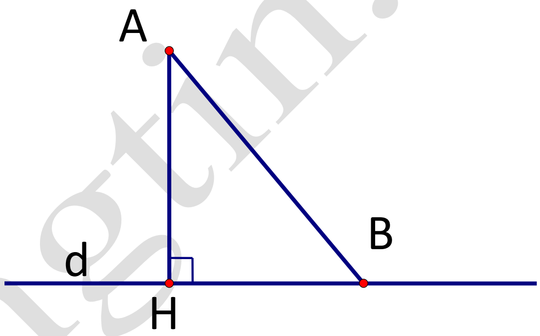
$$\Delta ABC: AC > AB \Leftrightarrow \hat{B} > \hat{C}$$

14. Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu

✍ ***Khái niệm đường vuông góc, đường xiên, hình chiếu của đường xiên***

- Lấy $A \notin d$, kẻ $AH \perp d$, lấy $B \in d$. Khi đó:

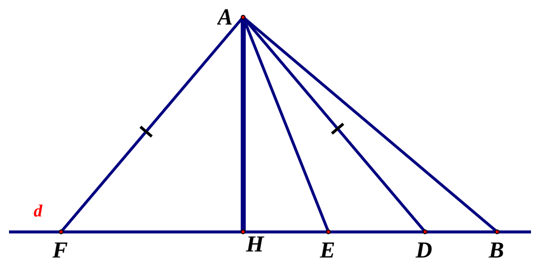
- ☞ *Đoạn thẳng AH gọi là **đường vuông góc** kẻ từ A đến đường thẳng d*
- ☞ *Điểm H gọi là **hình chiếu** của A trên đường thẳng d*
- ☞ *- Đoạn thẳng AB gọi là một **đường xiên** kẻ từ A đến đường thẳng d*
- ☞ *- Đoạn thẳng HB gọi là **hình chiếu của đường xiên** AB trên đ.thẳng d*



✓ ***Quan hệ giữa đường xiên và đường vuông góc:*** *Trong các đường xiên và đường vuông góc kẻ từ mộtđiểm ở ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, đường vuông góc là đường ngắn nhất.*

✍ ***Quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu:*** *Trong hai đường xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đường thẳng đến đường thẳng đó, thì:*

- *Đường xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn*
- *Đường xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn*
- *Nếu hai đường xiên bằng nhau thì hai hình chiếu bằng nhau và ngược lại, nếu hai hình chiếu bằng nhau thì hai đường xiên bằng nhau.*

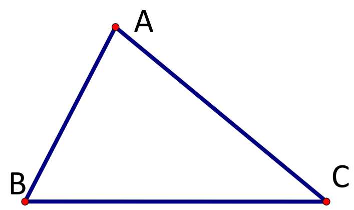


- HB > HD > HE ⇔ AB > AD> AE
- AD = AF ⇔ HD = HF

15. Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác. Bất đẳng thức tam giác

✍ Trong một tam giác, tổng độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng lớn hơn độ dài cạnh còn lại.

$$AB + AC > BC$$
$$AB + BC > AC$$
$$AC + BC > AB$$



✍ Hệ quả: Trong một tam giác, hiệu độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.

|AC - BC | < AB
|AB - BC | < AC
|AC – AB|< BC

- Nhận xét: Trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng các độ dài của hai cạnh còn lại.
  |AB – AC| < BC < AB + AC

Lưu ý: chỉ cần so sánh độ dài lớn nhất với tổng hai độ dài còn lại, hoặc so sánh độ dài nhỏ nhất với hiệu hai độ dài còn lại.

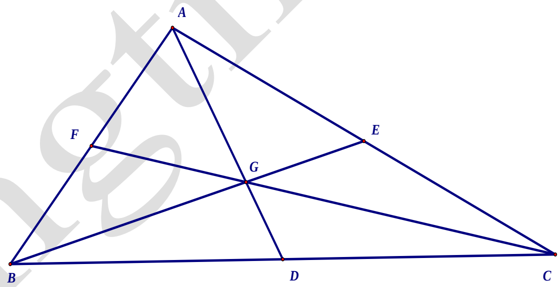
16. Tính chất ba đường trung tuyến của tam giác

- Đoạn thẳng AM nối đỉnh A của tam giác ABC với trung điểm M của cạnh BC gọi là đường trung tuyến của tam giác ABC. Đôi khi đường thẳng AM cũng được gọi là đường trung tuyến của tam giác ABC. Mỗi tam giác có *ba* đường trung tuyến.
- Tính chất: Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm (điểm đó gọi là trọng tâm). Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy.
- Trong một tam giác cân, hai đường trung tuyến ứng với hai cạnh bên thì bằng nhau.
- Nếu tam giác có hai đường trung tuyến bằng nhau thì tam giác đó cân.

Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy:

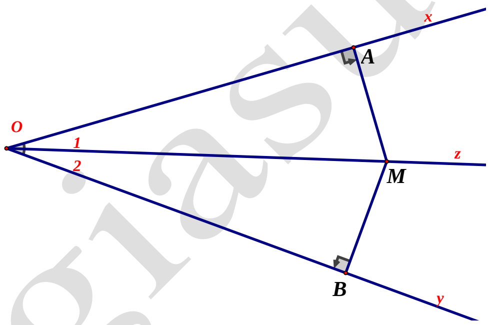
$$\boxed{\frac{GA}{DA} = \frac{GB}{EB} = \frac{GC}{FC} = \frac{2}{3}}$$

G là trọng tâm của tam giác ABC



17. Tính chất tia phân giác của một góc

- Điểm nằm trên tia phân giác của một góc thì cách đều hai cạnh của góc đó.Điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc thì nằm trên tia phân giác của góc đó.
- Tập hợp các điểm nằm bên trong một góc và cách đều hai cạnh của góc là tia phân giác của góc đó.



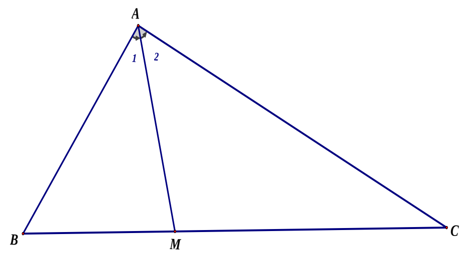
Oz là phân giác $\widehat{xOy} <=> \widehat{xOz} = \widehat{zOy} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$

$\begin{cases} \widehat{xOz} = \widehat{zOy} \\ M \in Oz \\ MA \perp Ox \\ MB \perp Oy \end{cases}$ => MA = MB

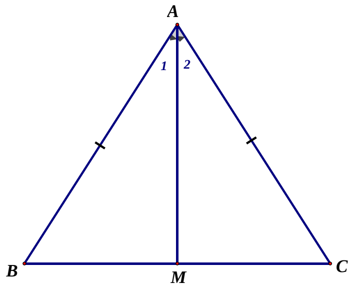
$\begin{cases} MA = MB \\ M \in Oz \\ MA \perp Ox \\ MB \perp Oy \end{cases}$ => M ∈ Oz

Tính chất ba đường phân giác của tam giác

- ✓ Trong tam giác ABC, tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm M, khi đó đoạn thẳng AM là đường phân giác của tam giác ABC(đôi khi ta cũng gọi đường thẳng AM là đường phân giác của tam giác)



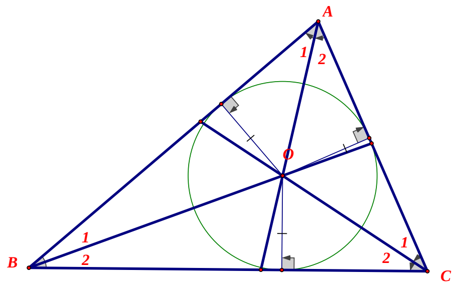
ΔABC:
$\widehat{A_1} = \widehat{A_2} => AM$ *là đường phân giác* $\widehat{BAC}$

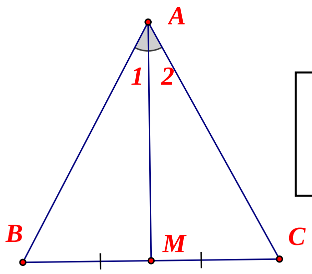


- ✓ **Tính chất:** Trong một tam giác cân, đường phân giác xuất phát từ đỉnh đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh đáy.

$$\Delta ABC: \begin{cases} AB = AC \\ \widehat{A_1} = \widehat{A_2} \end{cases} => HB = HC$$

- ✓ **Tính chất ba đường phân giác của tam giác**: Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó.
- ✓ Nếu tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác thì tam giác đó là một tam giác cân.

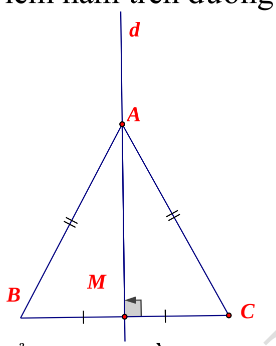




$$\Delta ABC: \begin{cases} BM = MC \\ \widehat{A_1} = \widehat{A_2} \end{cases} => \Delta ABC \text{ cân}$$

18. <u>Tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng</u>

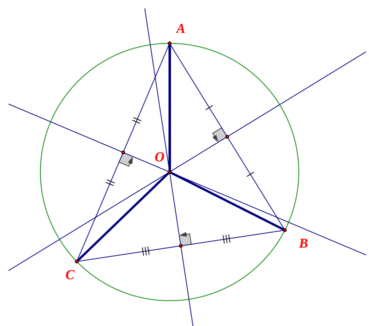
- Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.



$$\begin{cases} \text{d} \perp \text{BC tại M} \\ MB = MC \end{cases} => d \text{ là đường trung trực của } BC\ \ \text{A} \in \text{d} => \text{AB = AC}$$

- Điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó. Tập hợp các điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng đó.

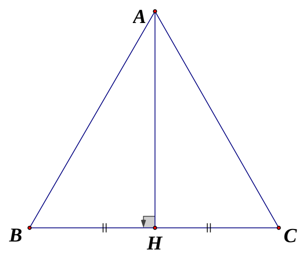
19. <u>Tính chất ba đường trung trực của tam giác</u>



- Trong một tam giác, đường trung trực của mỗi cạnh gọi là đường trung trực của tam giác đó.
- Trong một tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh này.
- *Tính chất ba đường trung trực của tam giác*: Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này **cách đều ba đỉnh** của tam giác đó.

O là giao điểm của các đường trung trực của $\Delta\ ABC \Leftrightarrow$ OA = OB = OC

- Nếu tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường trung trực ứng với cùng một cạnh

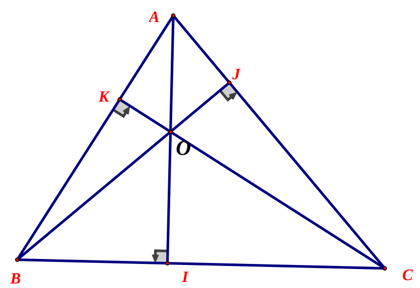


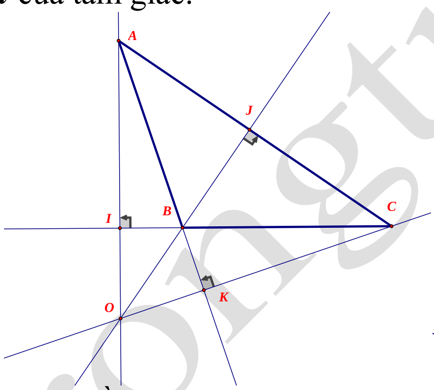
$$\begin{cases} HB = HC \\ AH \perp BC \end{cases} => \Delta ABC \text{ cân tại A}$$

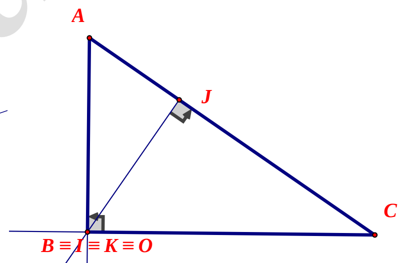
thì tam giác đó là một tam giác cân.

20. Tính chất ba đường cao của tam giác

- **Đường cao của tam giác**: Trong một tam giác, đoạn vuông góc kẻ từ một đỉnh đến đường thẳng chứa cạnh đối diện gọi là đường cao của tam giác đó. Đôi khi ta cũng gọi đường thẳng AI là một đường cao của tam giác.
- **Tính chất ba đường cao của tam giác**: Ba đường cao của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này gọi là ***trực tâm*** của tam giác.







Lưu ý: **Trực tâm** của tam giác nhọn nằm trong tam giác. Trực tâm của tam giác vuông trùng với đỉnh góc vuông và trực tâm của tam giác tù nằm ở bên ngoài tam giác.

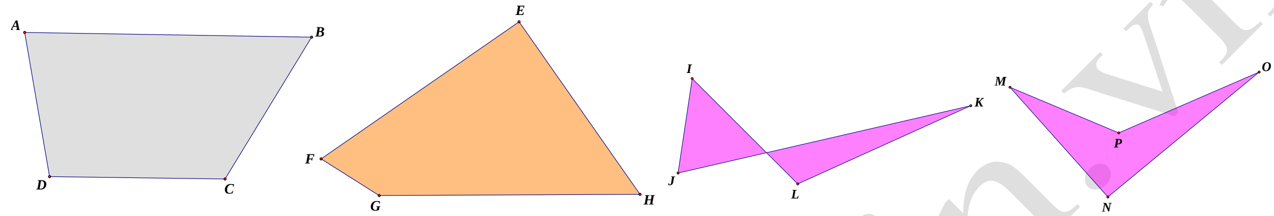
Tính chất của tam giác cân: Trong một tam giác cân, đường trung trực ứng với cạnh đáy đồng thời là đường phân giác, đường trung tuyến và đường cao cùng xuất phát từ đỉnh đối diện với cạnh đó.

- Nhận xét:
  - ✓ *Trong một tam giác,nếu hai trong bốn loại đường(đường trung tuyến, đường phân giác, đường cao cùng xuất phát từ một đỉnh và đường trung trực ứng với cạnh đối diện của đỉnh này) trùng nhau thì tam giác đó là một tam giác cân.*
  - ✓ *Trong một tam giác đều, trọng tâm, trực tâm, điểm cách đều ba đỉnh, điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh là bốn điểm trùng nhau.*

III. LỚP 8

1. Tứ giác

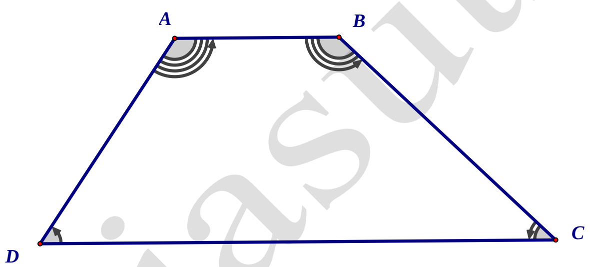
- **Tứ giác ABCD** là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.
- **Tứ giác lồi** là tứ giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tam giác. (Ngược lại là **tứ giác lõm**)
- **Định lí**: Tổng các góc trong của một tứ giác bằng **360^0**
- **Góc kề bù** với một góc của tứ giác gọi là góc ngoài của tứ giác. Tổng các góc ngoài của một tứ giác bằng **360^0**

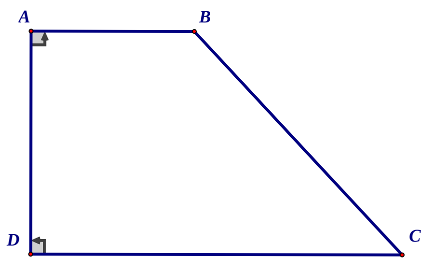


Tứ giác lồi là:...
Tứ giác lõm là:...
Tổng các góc:...

2. Hình thang

- **Hình thang** là tứ giác có hai cạnh đối song song.
- **Hai góc kề một cạnh bên** của hình thang bằng 180^0
- **Nhận xét:**
  - Nếu một hình thang có hai cạnh bên song song thì hai cạnh bên bằng nhau, hai cạnh đáy bằng nhau.
  - Nếu một hình thang có hai cạnh đáy bằng nhau thì hai cạnh bên song song và bằng nhau.
  - Hình thang vuông là hình thang có một góc vuông.

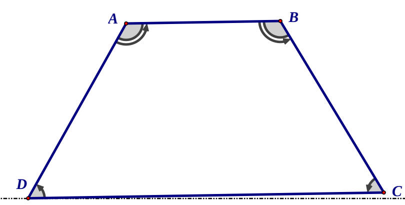




ABCD là hình thang:
- AB // CD
- $\hat{A} + \hat{D} = \hat{B} + \hat{C} = 180^0$
- Nếu AD // BC $\Leftrightarrow \begin{cases} AD = BC \\ AB = CD \end{cases}$
- Nếu AB = CD $\Leftrightarrow \begin{cases} AD = BC \\ AD // BC \end{cases}$

ABCD là hình thang, $\hat{A} = 90^0$ thì ABCD là hình thang vuông

3. Hình thang cân



- Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

- Hai góc đối của hình thang cân bằng $\mathbf{180^0}$
- Tính chất:
  - Trong hình thang cân, hai cạnh bên bằng nhau.
  - Trong hình thang cân, hai đường chéo bằng nhau.
- Dấu hiệu nhận xét:
  - Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.
  - Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

Tứ giác ABCD: $\begin{cases} AB//CD \\ \widehat{D} = \widehat{C} \end{cases} \Leftrightarrow ABCD \text{ là hình thang cân}$

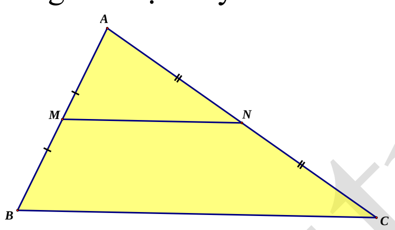
Tứ giác ABCD: $\begin{cases} AB//CD \\ \widehat{A} = \widehat{B} \end{cases} \Leftrightarrow ABCD \text{ là hình thang cân}$

Tứ giác ABCD: $\begin{cases} AB//CD \\ AC = BD \end{cases} \Leftrightarrow ABCD \text{ là hình thang cân}$

ABCD là hình thang cân $\Longrightarrow \begin{cases} AD = BC \\ AC = BD \end{cases}$

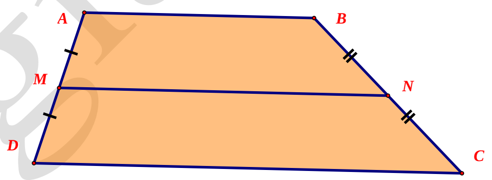
4. Đường trung bình của tam giác, của hình thang

- **Đường trung bình của tam giác**: là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.
  - **Định lí 1:** Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.
  - **Định lí 2:** Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.



- ΔABC: $\begin{cases} AM = MB \\ AN = NC \end{cases} \Leftrightarrow$ MN là đường trung bình
- MN là đường trung bình của $\Delta ABC \Longrightarrow \begin{cases} MN//BC \\ MN = \frac{BC}{2} \end{cases}$
- $\begin{cases} MN = MB \\ MN//BC \end{cases} \Longrightarrow NA = NC$

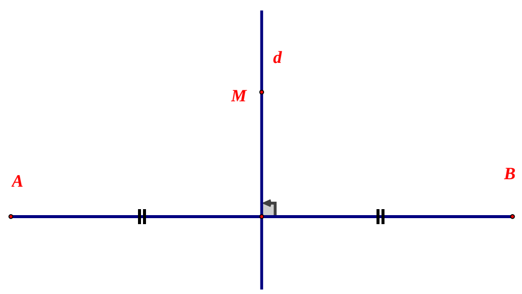
- **Đường trung bình của hình thang:** Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang.
  - **Định lí 3:** Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm cạnh bên thứ hai.
  - **Định lí 4:** Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy.



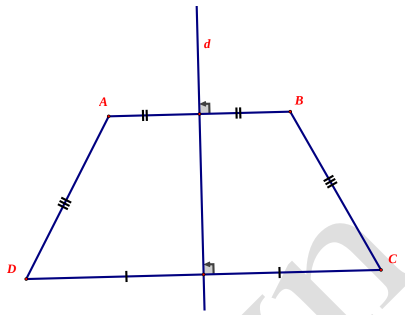
- $ABCD$: $\begin{cases} AM = MD \\ BN = NC \end{cases} \Leftrightarrow$ MN là đường trung bình
- MN là đường trung bình của hình thang $ABCD \Longrightarrow$ $\begin{cases} MN//AB//DC \\ MN = \frac{AB+DC}{2} \end{cases}$

5. Đối xứng trục

- Hai điểm **A, B** gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu d là đường trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm đó.
- **Quy ước:** Nếu điểm M nằm trên đường thẳng d thì điểm đối xứng với M qua đường thẳng d cũng là điểm M.

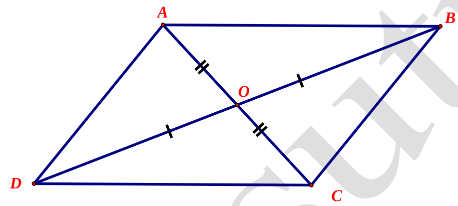


- Hai hình gọi là đối xứng với nhau qua đường thẳng d nếu mỗi điểm thuộc hình này đối xứng với một điểm thuộc hình kia qua đường thẳng d và ngược lại. Đường thẳng d gọi là trục đối xứng của hai hình đó
- Nếu hai đoạn thẳng (góc, tam giác) đối xứng với nhau qua một đường thẳng thì chúng bằng nhau.
- Đường thẳng d gọi là trục đối xứng của hình H nếu điểm đối xứng với mỗi điểm thuộc hình H qua đường thẳng d cũng thuộc hình H. Ta nói hình H có trục đối xứng
- Đường thẳng đi qua trung điểm hai đáy của hình thang cân là trục đối xứng của hình thang cân đó.



6. Hình bình hành

- Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song
- Hình bình hành là một hình thang **đặc biệt** (hình bình hành là hình thang có hai cạnh bên song song)
- Tính chất: Trong hình bình hành:
    - *Các cạnh đối bằng nhau*
    - *Các góc đối bằng nhau*
    - *Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường*
- Dấu hiệu nhận biết:
    - *Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành*
    - *Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.*
    - *Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.*
    - *Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.*
    - *Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.*

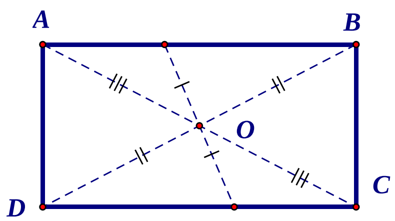


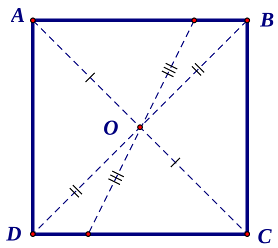
ABCD là hình bình hành

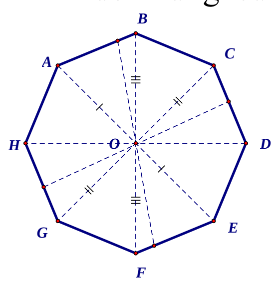
nên: $\begin{cases} AB=DC; AD=BC \\ AB//DC; AD//BC \\ \hat{A}=\hat{C};\ \hat{B}=\hat{D} \\ OA=OC; OB=OD \end{cases}$

7. Đối xứng tâm

- Hai điểm A, B gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm đó. (Quy ước: Điểm đối xứng với điểm O qua điểm O cũng là điểm O)
- Hai hình gọi là đối xứng với nhau qua điểm O nếu mỗi điểm thuộc hình này đối xứng với mỗi điểm thuộc hình kia qua điểm O và ngược lại. Điểm O gọi là tâm đối xứng của hai hình đó.
- Nếu hai đoạn thẳng (góc, tam giác) đối xứng với nhau qua một điểm thì chúng bằng nhau.
- Điểm O gọi là tâm đối xứng của hình H nếu điểm đối xứng với mỗi điểm thuộc hình H qua điểm O cũng thuộc hình H. Ta nói hình H có tâm đối xứng.
- Giao điểm hai đường chéo của hình bình hành là tâm đối xứng của hình bình hành đó.





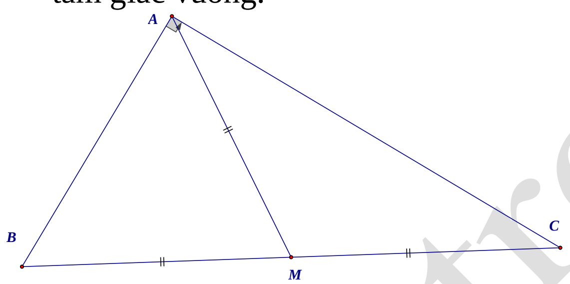


8. Hình chữ nhật

- Hình chữ nhật là tứ giác có **bốngóc vuông**.
- Từ định nghĩa hình chữ nhật, ta suy ra: Hình chữ nhật cũng là một hình bình hành, một hình thang cân.

$$\text{ABCD là hình chữ nhật} \Rightarrow \text{ABCD là} \begin{cases} \textit{hình bình hành} \\ \textit{hình thang cân} \end{cases}$$

- **Tính chất:**
  - *Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình hành, của hình thang cân.*
  - *Từ tính chất của hình thang cân và hình bình hành: Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.*
- **Dấu hiệu nhận biết:**
  - *Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật*
  - *Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.*
  - *Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật*
  - *Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.*
- **Định lí:**Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền. Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.



$$\begin{cases} \Delta ABC \text{ vuông tại A} \\ MA = MB \end{cases} \Rightarrow AM = \frac{1}{2}BC$$

$$\begin{cases} AM = \dfrac{1}{2}BC \\ MA = MB \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại A}$$

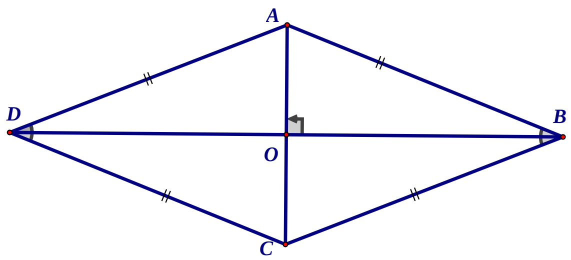
9. Đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song:** Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm tuỳ ý trên đường thẳng này đến đường thẳng kia.
- **Tính chất:** Các điểm cách đường thẳng b một khoảng bằng ***h*** nằm trên hai đường thẳng song song với b và cách b một khoảng bằng ***h***.
- **Nhận xét:** Tập hợp các điểm cách một đường thẳng cố định một khoảng bằng ***h*** không đổi là hai đường thẳng song song với đường thẳng đó và cách đường thẳng đó một khoảng bằng ***h***.
- Các đường thẳng song song cách đều là các đường thẳng song song với nhau và khoảng cách giữa các đường thẳng bằng nhau.
- **Định lí:**
  - Nếu các đường thẳng song song cách đều cắt một đường thẳng thì chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau.
  - Nếu các đường thẳng song song cắt một đường thẳng và chúng chắn trên đường thẳng đó các đoạn thẳng liên tiếp bằng nhau thì chúng song song cách đều.

10. Hình thoi

- Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau. Hình thoi cũng là một hình bình hành.
- Tính chất: Hình thoi có tất cả các tính chất của hình bình hành
- Định lí: Trong hình thoi:
  +Hai đường chéo vuông góc với nhau.

+Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi.

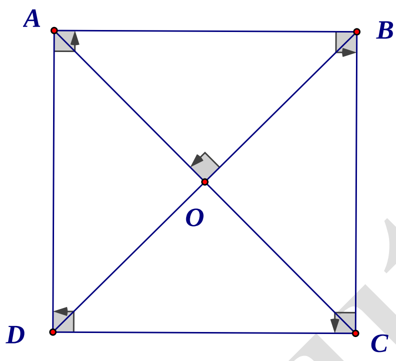


ABCD là hình thoi $\Rightarrow \begin{cases} ABCD \text{ là hình bình hành} \\ AB=BC=CD=DA \\ AC \perp BD \\ AC \text{ là phân giác } \hat{A}, \hat{C}; \\ BD \text{ là phân giác } \hat{B}, \hat{D} \end{cases}$

- Dấu hiệu nhận biết:
  - *Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi.*
  - *Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.*
  - *Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi..*
  - *Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.*

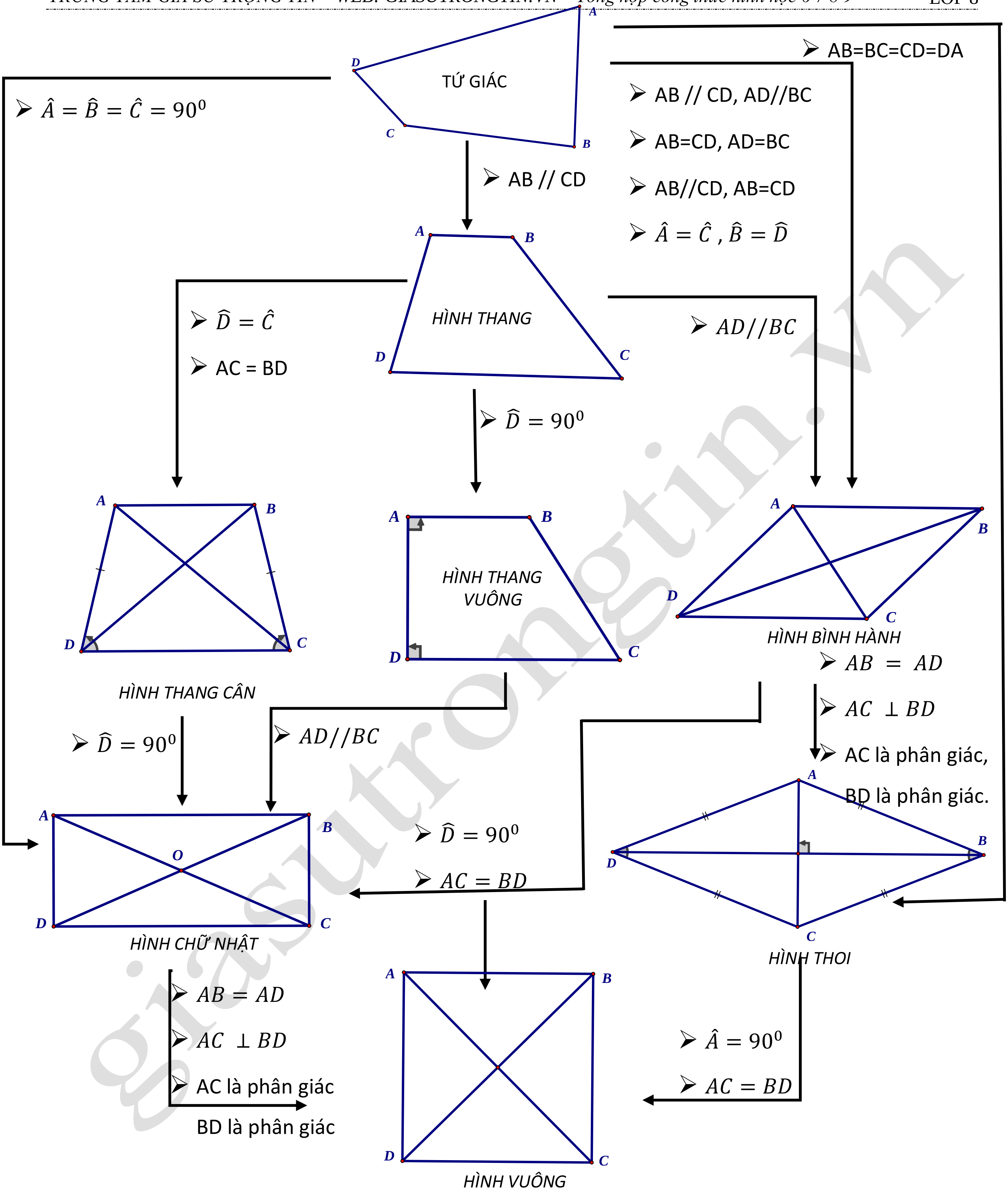
11. Hình vuông

- Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và có bốn cạnh bằng nhau.
- Từ định nghĩa hình vuông, ta suy ra:
  - Hình vuông là hình chữ nhật có bốn cạnh bằng nhau.
  - Hình vuông là hình thoi có một góc vuông.
  - Như vậy: Hình vuông vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi.



ABCD là hình vuông $\Rightarrow \begin{cases} ABCD \text{ là hình chữ nhật} \\ ABCD \text{ là hình thoi} \end{cases}$

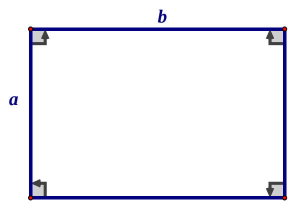
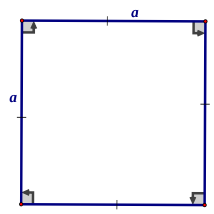
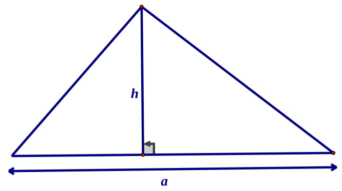
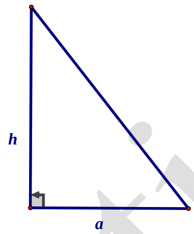
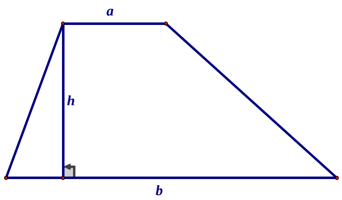
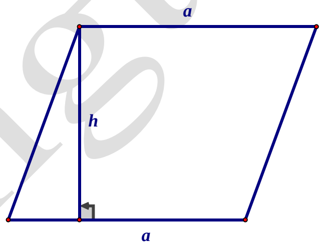
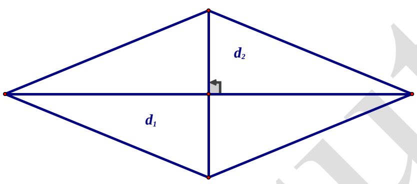
- Tính chất:
  - Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.
  - Đường chéo của hình vuông vừa bằng nhau vừa vuông góc với nhau
- Dấu hiệu nhận biết:
  - *Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.*
  - *Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông*
  - *Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông*
  - *Hình thoi có một góc vuông là hình vuông*
  - *Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông*
- Nhận xét: Một tứ giác vừa là hình chữ nhật, vừa là hình thoi thì tứ giác đó là hình vuông.


TỨ GIÁC
$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 90^0$
AB=BC=CD=DA
AB // CD, AD//BC
AB=CD, AD=BC
AB//CD, AB=CD
$\hat{A} = \hat{C}$, $\hat{B} = \hat{D}$
AB // CD
HÌNH THANG
$\hat{D} = \hat{C}$
AC = BD
$AD//BC$
$\hat{D} = 90^0$
HÌNH THANG CÂN
HÌNH THANG VUÔNG
HÌNH BÌNH HÀNH
$AB = AD$
$AC \perp BD$
AC là phân giác,
BD là phân giác.
$\hat{D} = 90^0$
$AD//BC$
$\hat{D} = 90^0$
$AC = BD$
HÌNH CHỮ NHẬT
HÌNH THOI
$AB = AD$
$AC \perp BD$
AC là phân giác
BD là phân giác
$\hat{A} = 90^0$
$AC = BD$
HÌNH VUÔNG

12. Đa giác

- Đa giác lồi là đa giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của đa giác đó.
- Đa giác đều là đa giác có tất cả các cạnh bằng nhau và tất cả các góc bằng nhau.

13. Diện tích

	$S = a.b$		$S = a^2$
	$S = \frac{1}{2}ah$		$S = \frac{1}{2}ah$
	$S = \frac{(a+b).h}{2}$		$S = ah$
	$S = \frac{1}{2}d_1.d_2$		

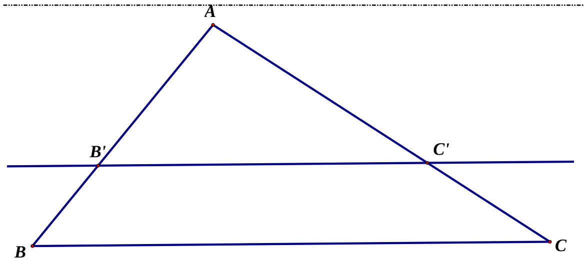
14. Đoạn thẳng tỉ lệ: Cặp đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với cặp đoạn thẳng A'B' và C'D' $\Leftrightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$

15. *Một số tính chất của tỉ lệ thức:*

$$\boxed{\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \Rightarrow AB.C'D' = A'B'.CD}; \boxed{AB.C'D' = A'B'.CD \Rightarrow \begin{cases} \frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}; \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'} \\ \frac{C'D'}{CD} = \frac{A'B'}{AB}; \frac{C'D'}{A'B'} = \frac{CD}{AB} \end{cases}}$$

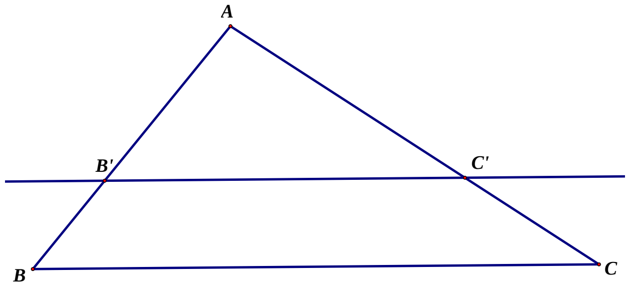
$$\boxed{\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} \Rightarrow \begin{cases} \frac{AB \pm CD}{CD} = \frac{A'B' \pm C'D'}{C'D'} \\ \frac{AB}{AB \pm C'D'} = \frac{A'B'}{A'B' \pm C'D'} \end{cases}} \boxed{\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'} = \frac{AB \pm A'B'}{CD \pm C'D'}}$$

16. Định lí TaLet trong tam giác: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ .



$$\Delta ABC: \begin{cases} BC // B'C' \\ B' \in AB \\ C' \in AC \end{cases}$$
$$\Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}; \frac{AB'}{BB'} = \frac{AC'}{CC'}; \frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC}$$

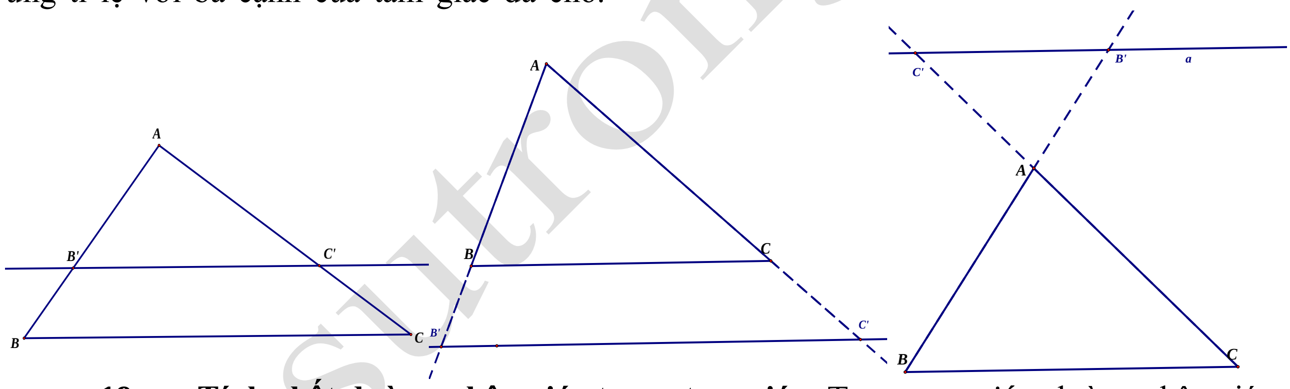
17. Định lí đảo của định lí TaLet: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại .



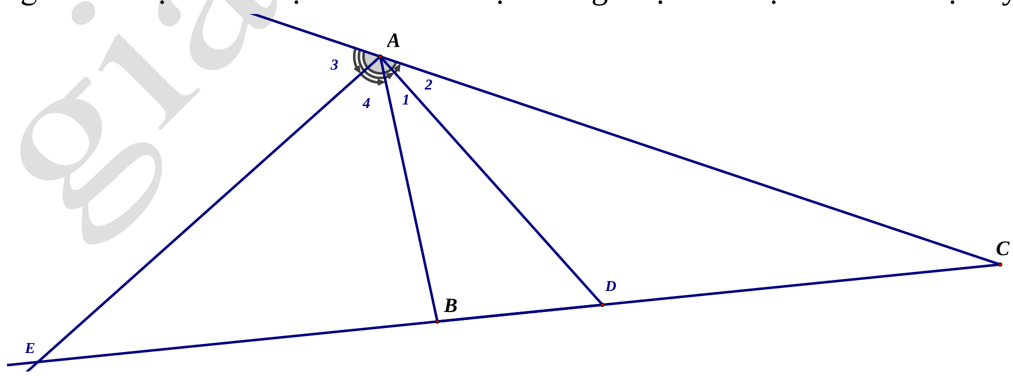
$$\Delta ABC: \begin{cases} \frac{AB'}{BB'} = \frac{AC'}{CC'} \\ B' \in AB \\ C' \in AC \end{cases} \Rightarrow BC // B'C'$$

18. Hệ quả của định lí TaLet: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

$$\Delta ABC: \begin{cases} BC // B'C' \\ B' \in AB \\ C' \in AC \end{cases} \Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$



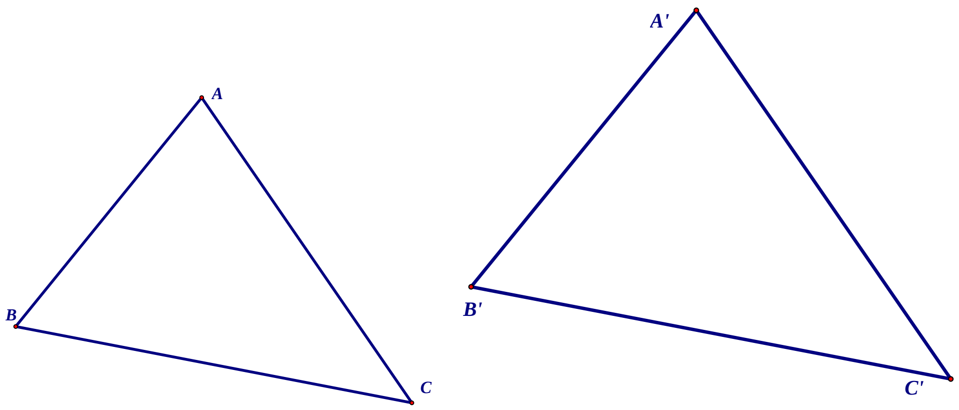
19. Tính chất đường phân giác trong tam giác: Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với 2 cạnh kề hai đoạn ấy.



$$\Delta ABC: \widehat{A_1} = \widehat{A_2} \Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\Delta ABC: \widehat{A_3} = \widehat{A_4} \Rightarrow \frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC}$$

20. Hai tam giác đồng dạng:



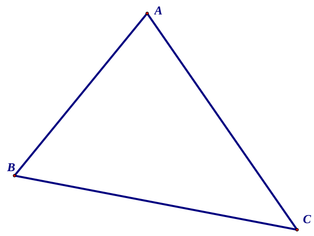
$$\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} \hat{A} = \widehat{A'};\ \hat{B} = \widehat{B'};\ \hat{C} = \widehat{C'} \\ \dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{BC}{B'C'} = k \text{ (tỉ số đồng dạng)} \end{cases}$$

21. Tính chất hai tam giác đồng dạng

Gọi h, h', p, p', S, S' lần lượt là chiều cao, chu vi và diện tích của 2 tam giác ABC và A'B'C'

$\boxed{\dfrac{h'}{h} = k}$; $\boxed{\dfrac{p'}{p} = k}$; $\boxed{\dfrac{S'}{S} = k^2}$

22. Các trường hợp đồng dạng

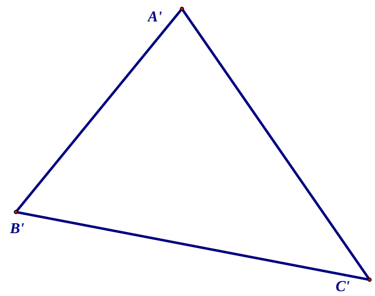


a. Xét ΔABC và ΔA'B'C' có:

- $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{C'A'}{CA} \Rightarrow \Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ (c.c.c)

b. Xét ΔABC và ΔA'B'C' có:

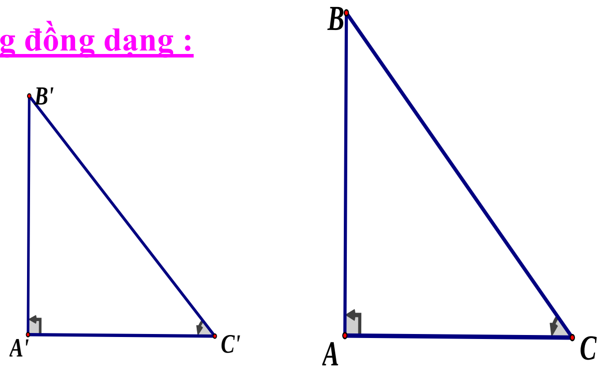
$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC} \quad (...) \\ \bullet\ \widehat{B'} = \hat{B} \quad (...) \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC \text{ (c.g.c)}$$



c. Xét ΔABC và ΔA'B'C' có:

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \hat{A} = \widehat{A'} \quad (...) \\ \bullet\ \widehat{B'} = \hat{B} \quad (...) \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC \text{ (g.g)}$$

23. Các cách chứng minh hai tam giác vuông đồng dạng :



Trường hợp 1: *Nếu hai tam giác vuông có một góc nhọn bằng nhau thì chúng đồng dạng.*

$\Delta_v ABC$ và $\Delta_v A'B'C'$:

$\hat{C} = \widehat{C'} \Rightarrow \Delta_v ABC$

Trường hợp 2: *Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì chúng đồng dạng.*

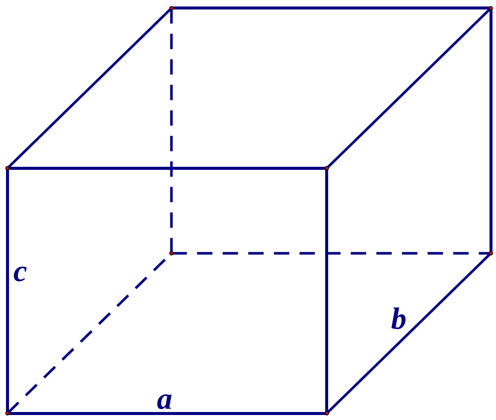
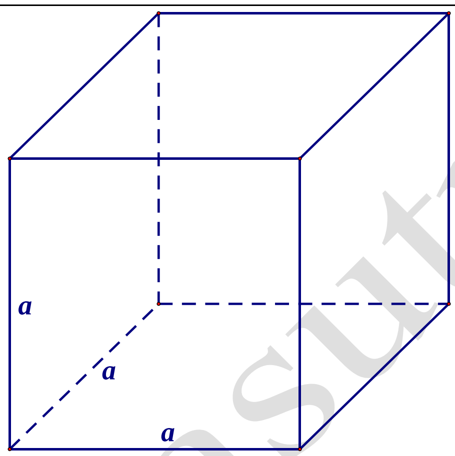
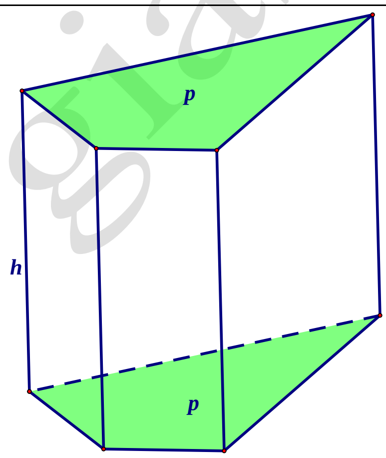
$\Delta_v ABC$ và $\Delta_v A'B'C'$:

$\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{AC}{A'C'} \Rightarrow \Delta_v ABC \backsim \Delta_v A'B'C'$

Trường hợp 3: *Nếu cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông kia thì hai tam giác đồng dạng nhau.*

$\Delta_v ABC$ và $\Delta_v A'B'C'$: $\dfrac{AB}{A'B'} = \dfrac{BC}{B'C'} \Rightarrow \Delta_v ABC \backsim \Delta_v A'B'C'$

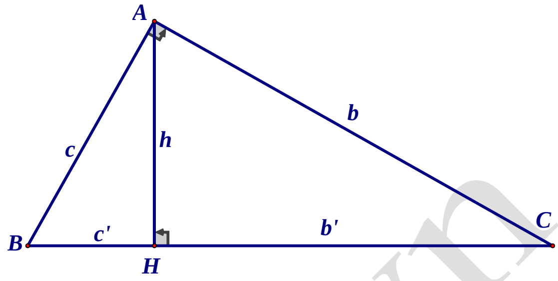
24. Một số công thức tính diện tích, thể tích

	**Hình hộp chữ nhật** là hình có 6 mặt là những hình chữ nhật (có 6 mặt, 8 đỉnh, 12 cạnh) Diện tích xung quanh: $\boxed{S_{xq} = 2(a+b)c}$ Diện tích toàn phần: $\boxed{S_{tp} = 2(ab+ac+bc)}$ Thể tích: $\boxed{V = abc}$. Trong đó a, b là hai cạnh đáy, c là chiều cao
	**Hình lập phương** là hình hộp chữ nhật có 6 mặt là những hình vuông Diện tích xung quanh: $\boxed{S_{xq} = 4a^2}$ Diện tích toàn phần: $\boxed{S_{tp} = 6a^2}$ Thể tích: $\boxed{V = a^3}$. Trong đó **a** là cạnh hình lập phương
	**Hình lăng trụ đứng:** Hình có các mặt bên là những hình chữ nhật, đáy là một đa giác. Diện tích xung quanh: $\boxed{S_{xq} = 2p.h}$ (p: nửa chu vi đáy, h: chiều cao) Diện tích toàn phần: $\boxed{S_{tp} = S_{xq} + 2S_đ}$ Thể tích: $\boxed{V = S.h}$ (S là diện tích đáy)

IV. LỚP 9

1. Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.



- *Định lí Pi-ta-go:* $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- $AB^2 = BC.BH$; • $AC^2 = BC.CH$
- $AH^2 = BH.CH$
- $AB.AC = BC.AH$
- $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$

2. Tỉ số lượng giác của góc nhọn

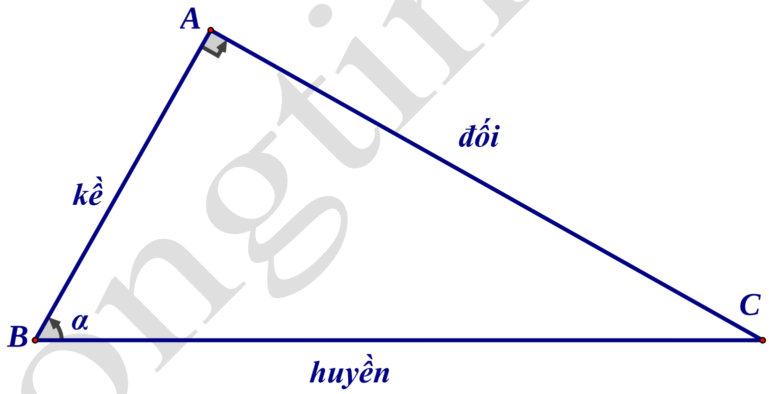
a. Định nghĩa: *Cho tam giác vuông có góc nhọn α.*

$\sin\alpha = \dfrac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}$;

$\cos\alpha = \dfrac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$;

$\tan\alpha = \dfrac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}}$;

$\cot\alpha = \dfrac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$



Chú ý:

- *Cho góc nhọn α. Ta có:* $0 < \sin\alpha < 1; 0 < \cos\alpha < 1$.
- *Cho 2 góc nhọn α, β. Nếu* $\sin\alpha = \sin\beta$ *(hoặc* $\cos\alpha = \cos\beta$, *hoặc* $\tan\alpha = \tan\beta$, *hoặc* $\cot\alpha = \cot\beta$ *) thì* $\alpha = \beta$.

b. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau:

Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng côsin góc kia, tang góc này bằng côtang góc kia.

c. Tỉ số lượng giác của các góc đặc biệt:

α / Tỉ số LG	30^0	45^0	60^0	90^0
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	kxđ
$\cot\alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

d. Một số hệ thức lượng giác

$\boxed{\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$; $\boxed{\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}$; $\boxed{\tan a\,.\cot a = 1}$;

$\boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$; $\boxed{1+\tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}}$; $\boxed{1+\cot^2 a = \dfrac{1}{\sin^2 a}}$

Chú ý: Từ nay khi viết các tỉ số lượng giác của một góc nhọn trong tam giác, ta bỏ kí hiệu “ ^ ” đi. Chẳng hạn, viết sin A thay cho sin Â, ...

3. Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.

Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

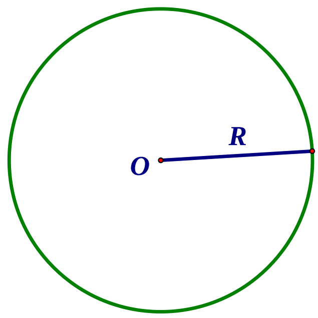
a. Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với côsin góc kề

b. Cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối hoặc nhân với côtang góc kề.

4. Sự xác định đường tròn. Tính chất đối xứng của đường tròn.

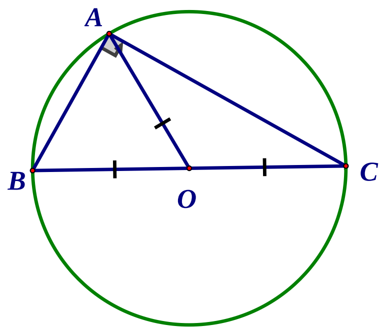
- Một đường tròn được xác định khi biết tâm O và bán kính R của đường tròn đó (kí hiệu **(O;R)**), hoặc khi biết một đoạn thẳng là đường kính của đường tròn đó
- Có vô số đường tròn đi qua hai điểm. Tâm của chúng nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm đó.
- Qua ba điểm không thẳng hàng, ta vẽ được một và chỉ một đường tròn.

  Chú ý: Không vẽ được đường tròn nào đi qua ba điểm thẳng hàng.
- Đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác, tam giác gọi là tam giác nội tiếp đường tròn.



- Đường tròn là hình có tâm đối xứng. Tâm của đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó.
- Đường tròn là hình có trục đối xứng. Bất kì đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn
- Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền
- Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.

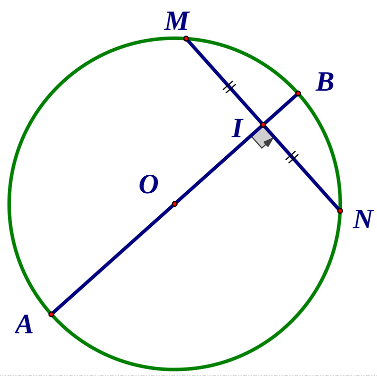
$$\boxed{\Delta\, ABC \text{ vuông tại } A \iff OA = OB = OC}$$



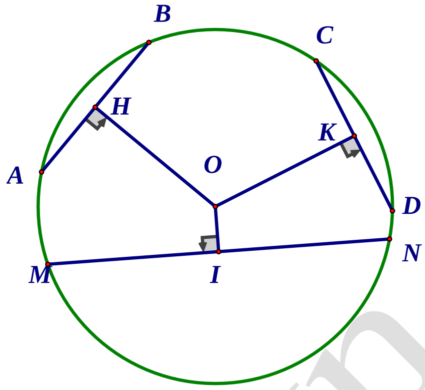
5. Đường kính và dây của đường tròn

- **Định lí 1:** Trong các dây của một đường tròn, dây lớn nhất là đường kính.
- **Định lí 2**: Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.
- **Định lí 3:** Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.

$$\boxed{AB \perp MN \text{ tại } I \iff IA = IB}$$



6. Liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây



Định lí 1:Trong một đường tròn:

- Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm
- Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau

$$\boxed{AB = CD \Leftrightarrow OH = OK}$$

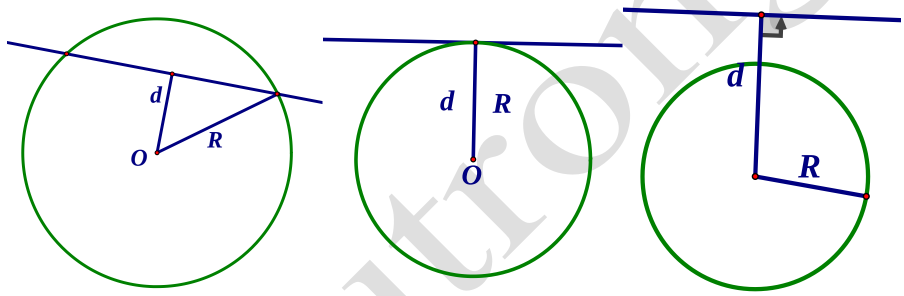
Định lí 2: Trong hai dây của một đường tròn

- Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn
- Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn

$$\boxed{MN > CD \Leftrightarrow OI < OK}$$

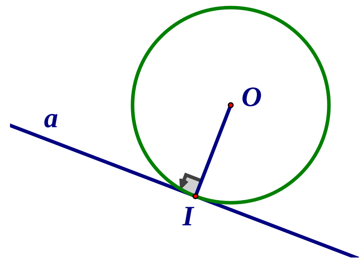
7. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn: d là khoảng cách từ tâmcủa đường tròn đến đường thẳng, R là bán kính

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	d < R
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	d = R
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	d > R



☞ **Định lí:** Nếu một đường thẳng ***a***là tiếp tuyến của một đường tròn (O) thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

$$\boxed{\text{Đường thẳng } a \text{ là tiếp tuyến của } (O) \Leftrightarrow a \perp OI}$$

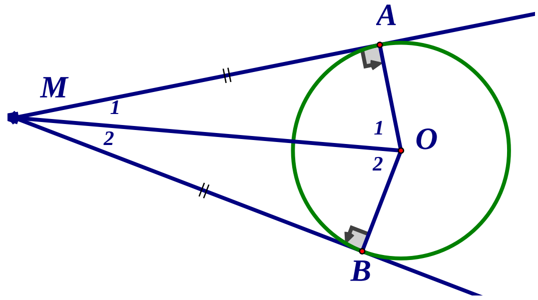


8. Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn

☞ Nếu một đường thẳng và một đường tròn chỉ có một điểm chung thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn

☞ Nếu khoảng cách từ tâm của một đường tròn đến đường thẳng bằng bán kính của đường tròn thì đường thẳng đó là tiếp tuyến của đường tròn. Dấu hiệu này còn được phát biểu thành định lí:

Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là một tiếp tuyến của đường tròn.

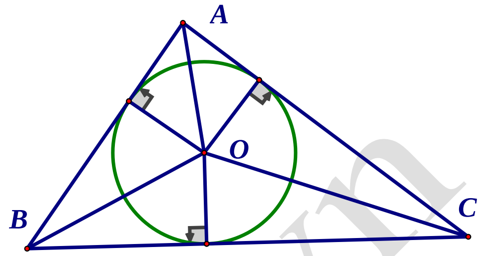


9. Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau

☞ **Định lí:** Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì:

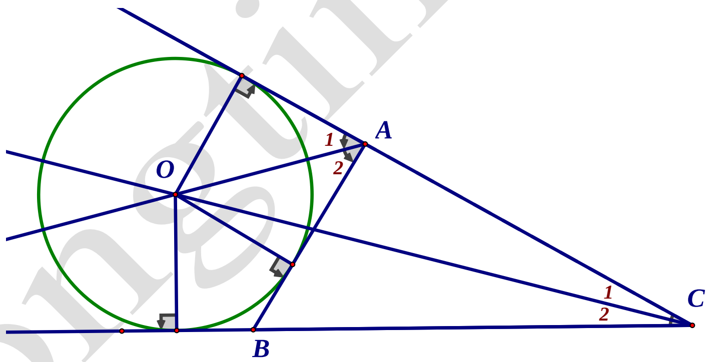
- Điểm đó cách đều hai tiếp điểm
- Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến
- Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm.

$$\boxed{\begin{cases} MA \perp OA \\ MB \perp OB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MA = MB \\ \widehat{M_1} = \widehat{M_2} \\ \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \end{cases}}$$



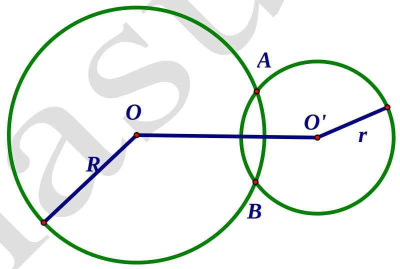
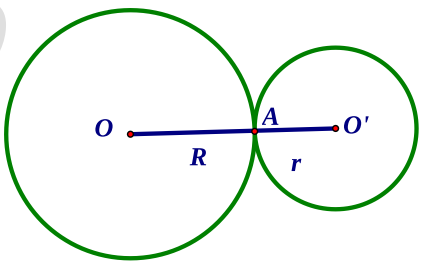
☞ **Đường tròn nội tiếp tam giác:** Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác gọi là đường tròn nội tiếp tam giác, còn tam giác gọi là ngoại tiếp đường tròn. (Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm của các đường phân giác các góc trong của tam giác)

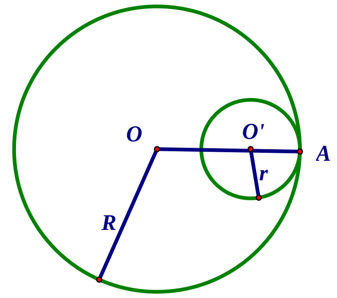
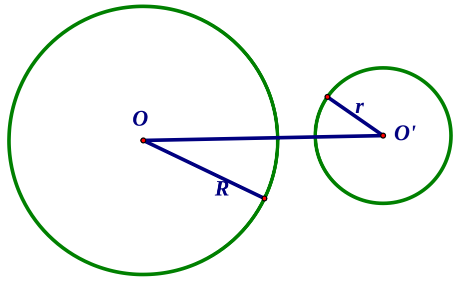
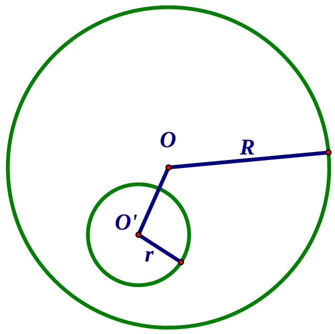
☞ **Đường tròn bàng tiếp tam giác:** Đường tròn tiếp xúc với một cạnh của một tam giác và tiếp xúc với các phần kéo dài của hai cạnh kia gọi là đường tròn bàng tiếp tam giác. Tâm của đường tròn bàng tiếp tam giác trong góc A là giao điểm của hai đường phân giác các góc ngoài tại B và C, hoặc là giao điểm của đường phân giác góc A và đường phân giác góc ngoài tại B(hoặc C)



10. <u>Vị trí tương đối của hai đường tròn</u>

Cho (O ; R) và (O’; r) với R >r

VỊ TRÍ	HÌNH	SỐ ĐIỂM CHUNG	HỆ THỨC
Cắt nhau		2 *A, B được gọi là 2 <u>giao điểm</u>*	**R – r < OO’< R + r**
Tiếp xúc ngoài		1 *A gọi là <u>tiếp điểm</u>*	**OO’ = R + r**

Tiếp xúc trong		**1** *A gọi là tiếp điểm*	**OO’ = R – r > 0**
Không giao nhau ((O) và (O’) ở ngoài nhau)		**0**	**OO’ > R + r**
Không giao nhau ((O) đựng (O’))		**0**	**OO’ < R – r**

☞ Tính chất đường nối tâm

- Cho hai đường tròn (O) và (O’) có tâm không trùng nhau. Đường thẳng OO’ gọi là **đường nối tâm,** đoạn thẳng OO’ gọi là **đoạn nối tâm**.
- **Định lí:**

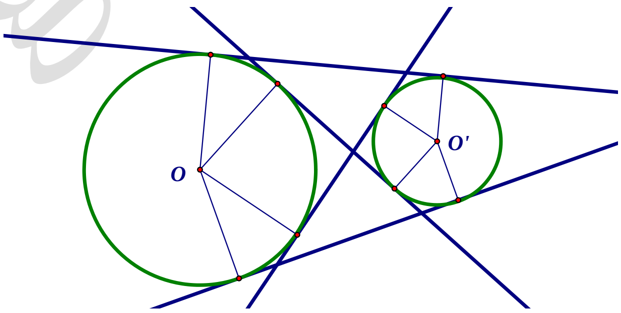
- Nếu hai đường tròn cắt nhau thì hai giao điểm đối xứng với nhau qua đường nối tâm, tức là đường nối tâm là đường trung trực của dây chung.

$$\boxed{\{A;B\} = (O) \cap (O') \Leftrightarrow OO' \text{ là } trung\ trực\ của\ AB}$$

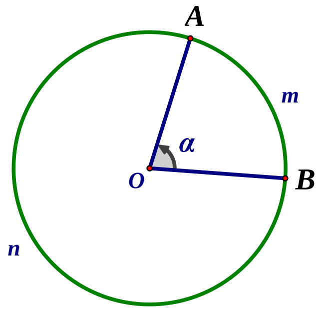
- Nếu hai đường tròn tiếp xúc nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm.

$$\boxed{\boldsymbol{(O)\ tiếp\ xúc\ (O')\ tại\ A \Leftrightarrow A\ \in OO'}}$$

- **Tiếp tuyến chung của hai đường tròn**: Tiếp tuyến chung của hai đường tròn là đường thẳng tiếp xúc với cả hai đường tròn đó.

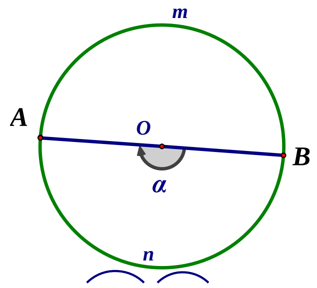


11. <u>Góc ở tâm</u>: Góc ở tâm $\boldsymbol{\alpha}$ là góc có **đỉnh trùng với tâm đường tròn** được gọi là góc ở tâm. Hai cạnh của góc ở tâm cắt đường tròn tại hai điểm, do đó chia đường tròn thành hai cung. Với các góc α ($0^0 < \alpha < 180^0$) thì cung nằm bên trong góc được gọi là "cung nhỏ " và cung nằm bên ngoài góc được gọi là "cung lớn ".



cung $\overset{\frown}{AmB}$: cung nhỏ

cung $\overset{\frown}{AnB}$: cung lớn



α = 180⁰ => $\overset{\frown}{AmB}$, $\overset{\frown}{AnB}$ là nửa đường tròn

- Cung nằm bên trong góc gọi là cung bị chắn. (VD: $\overset{\frown}{AmB}$ là cung bị chắn bởi góc $\widehat{AOB}$, hoặc góc $\widehat{AOB}$ chắn cung nhỏ $\overset{\frown}{AmB}$. Nếu là góc bẹt ta nói góc bẹt chắn nửa đường tròn $\overset{\frown}{ANB}$.

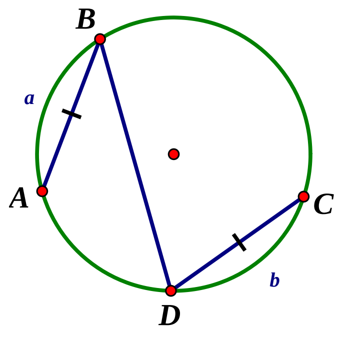
$$\boxed{(O,R) \text{ có: } \widehat{AOB} \text{ chắn } \overset{\frown}{AmB} \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{AOB} = \text{sđ } \overset{\frown}{AmB} \\ \text{sđ } \overset{\frown}{AnB} = 360^0 - \widehat{AOB} \end{cases}}$$

- Số đo của nửa đường tròn bằng 180^0
- Số đo của cung AB kí hiệu là sđ $\overset{\frown}{AB}$
- Chú ý:
- Cung nhỏ *có số đo nhỏ hơn 180^0*
- Cung lớn *có số đo lớn hơn 180^0*
- Khi hai mút trùng nhau ta có cung không với số đo 0^0 và cung cả đường tròn có số đo 360^0
- Hai cung được gọi là bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau
- Trong hai cung, cung nào có số đo lớn hơn được gọi là cung lớn hơn
- **Định lí**: Nếu C là một điểm nằm trên cung AB thì: $\boxed{\text{sđ } \overset{\frown}{AB} = \text{sđ } \overset{\frown}{AC} + \text{sđ} \overset{\frown}{CB}}$

12. Liên hệ giữa cung và dây

- **Định lí 1**: Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:
  - Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau
  - Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau

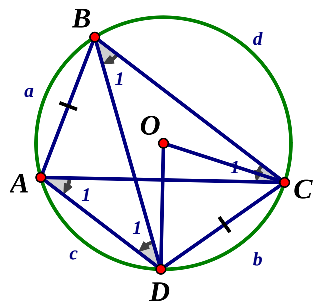
$$\boxed{\overset{\frown}{AaB} = \overset{\frown}{CbD} \Leftrightarrow AB = DC}$$



- **Định lí 2**: Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:
  - Cung lớn hơn căng dây lớn hơn
  - Dây lớn hơn căng cung lớn hơn $\boxed{\overset{\frown}{BCD} > \overset{\frown}{CbD} \Leftrightarrow BD > DC}$

13. Góc nội tiếp

- Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó. Cung nằm bên trong góc được gọi là cung bị chắn



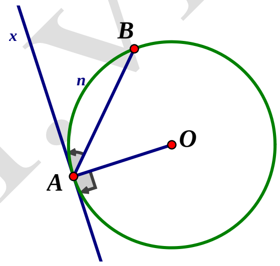
- **Định lí:** Trong một đường tròn, số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn. $\boxed{\widehat{B_1} = \frac{1}{2}\text{ sđ } \overset{\frown}{CbD}}$

  ☞ Hệ quả: Trong một đường tròn:

  - Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.
  - Các góc nội tiếp cùng **chắn một cung** hoặc **chắn các cung bằng nhau** thì **bằng nhau**.

$$\boxed{\widehat{A_1} = \widehat{B_1}\ \left(cùng\ chắn\ \overset{\frown}{CbD}\right);\ \widehat{B_1} = \widehat{C_1} \Leftrightarrow AB = CD}$$

  - Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 90^0) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung. $\boxed{\widehat{B_1} = \frac{1}{2}\ \widehat{DOC}}$
  - Góc nội tiếp **chắn nửa** đường tròn là **góc vuông**.

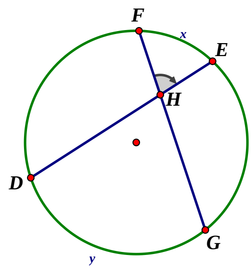


14. <u>Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung</u>

- Góc tạo bởi **tia tiếp tuyến và dây cung** là góc có đỉnh tại tiếp điểm, một cạnh là tia tiếp tuyến và cạnh kia chứa dây cung.
- **Định lí:** Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn. $\boxed{\widehat{xAB} = \frac{1}{2}\text{sđ } \overset{\frown}{AnB}}$

  ☞ **Hệ quả:** Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

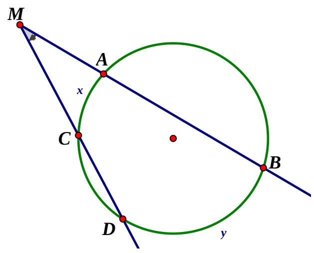
15. <u>Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn là góc có đỉnh nằm bên trong đường tròn</u>. Ta quy ước rằng mỗi góc có đỉnh ở bên trong đường tròn chắn hai cung, một cung nằm bên trong góc và cung kia nằm bên trong góc đối đỉnh của nó.



- **Định lí:** Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.

$$\boxed{\widehat{FHE} = \frac{\overset{\frown}{FxE} + \overset{\frown}{DyG}}{2}}$$

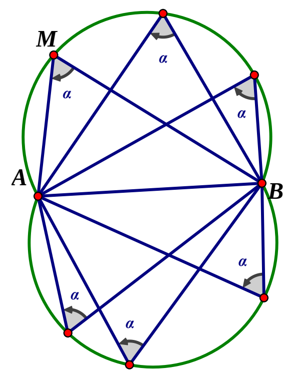
16. <u>Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn</u>: Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn là góc có đỉnh nằm ngoài đường tròn, các cạnh đều có điểm chung với đường tròn.



- **Định lí:** Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn.

$$\boxed{\widehat{CMA} = \frac{\overset{\frown}{AxC} + \overset{\frown}{ByD}}{2}}$$

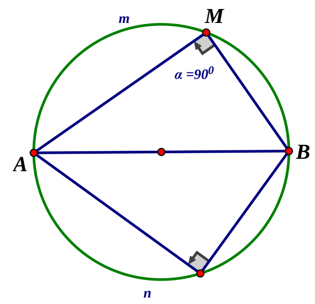
17. <u>Cung chứa góc</u>



- Với đoạn thẳng AB và góc α ($0^0 < \alpha < 180^0$) cho trước thì quỹ tích các điểm M thoả mãn $\widehat{AMB} = \alpha$ là **hai cung** chứa góc α dựng trên đoạn AB.
- **Chú ý:**

- Hai cung chứa góc α nói trên là hai cung tròn đối xứng với nhau qua AB
- Hai điểm A, B được coi là thuộc quỹ tích
- Khi $\alpha = 90^0$ thì hai cung $\overset{\frown}{AmB}$ $và$ $\overset{\frown}{AnB}$ là hai nửa đường tròn

đường kính AB. Như vậy, ta có: Quỹ tích các điểm nhìn đoạn thẳng AB cho trước dưới một góc vuông là đường tròn đường kính AB.

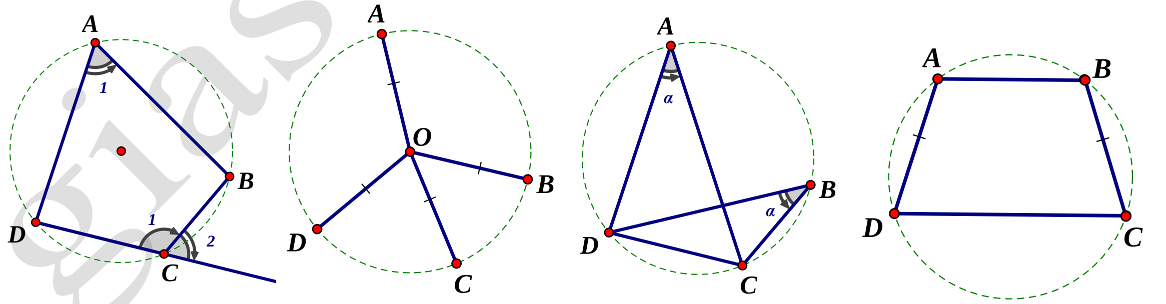


- **Cách vẽ cung chứa góc:**
- Vẽ đường trung trực d của đoạn thẳng AB.
- Vẽ tia Ax tạo với AB góc α
- Vẽ đường thẳng Ay vuông góc với Ax. Gọi O là giao điểm của Ay với d
- Vẽ cung $\overset{\frown}{AmB}$, tâm O, bán kính OA sao cho cung này nằm ở nửa mặt phẳng bờ AB không chứa tia Ax.
- **Cách giải bài toán quỹ tích:** Muốn chứng minh quỹ tích (tập hợp) các điểm M thoả mãn tính chất $\wp$ là một hình H nào đó, ta phải chứng minh hai phần:
- Phần thuận: Mọi điểm có tính chất $\wp$ đều thuộc hình H
- Phần đảo: Mọi điểm thuộc hình H đều có tính chất $\wp$
- Kết luận: Quỹ tích (tập hợp) các điểm M có tích chất $\wp$ là hình H

(Thông thường với bài toán "Tìm quỹ tích..." ta nên dự đoán hình H trước khi chứng minh).

18. <u>Tứ giác nội tiếp</u>

- Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (gọi tắt là tứ giác nội tiếp)
- **Định lí:** Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180^0.
- **Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp:**
- Tứ giác có **tổng hai góc đối diện bằng 180^0.**
- Tứ giác có **góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện**
- Tứ giác có **bốn đỉnh cách đều một điểm** (mà ta có thể xác định được). Điểm đó là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác
- Tứ giác có hai **đỉnh kề nhau** cùng **nhìn cạnh** chứa hai đỉnh còn lại dưới **một góc bằng nhau.**



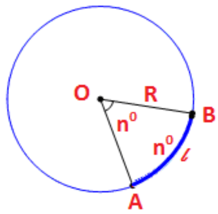
$$\text{Tứ giác ABCD nội tiếp} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} \hat{A}_1 + \hat{C}_1 = 180^0 \\ \hat{A}_1 = \hat{C}_2 \\ OA = OB = OC = OD \\ \widehat{DAC} = \widehat{DBC}, \text{cùng nhìn } DC \end{array}\right.$$

- Hình thang nội tiếp được đường tròn là hình thang cân và ngược lại.

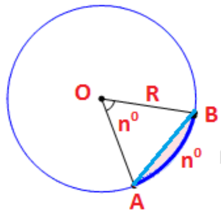
19. <u>Đường tròn ngoại tiếp, đường tròn nội tiếp</u>

- Đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của một đa giác được gọi là đường tròn ngoại tiếp đa giác và đa giác được gọi là đa giác nội tiếp đường tròn
- Đường tròn tiếp xúc với tất cả các cạnh của một đa giác được gọi là đường tròn nội tiếp đa giác và đa giác được gọi là đa giác ngoại tiếp đường tròn.
- Định lí: Bất kì đa giác đều nào cũng có một và chỉ một đường tròn ngoại tiếp, có một và chỉ một đường tròn nội tiếp

9.<u>Các công thức</u>

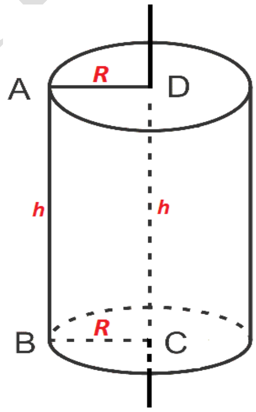


- Công thức tính độ dài đường tròn: $\boxed{C = 2\pi R = \pi d}$
- Công thức tính độ dài cung tròn: $\ell = \dfrac{\pi R n}{180^0}$
- Diện tích hình tròn: $S = \pi R^2 = \pi \dfrac{d^2}{4}$
- Diện tích hình quạt tròn: $S = \dfrac{\pi R^2 n}{360} = \dfrac{\ell . R}{2}$



Trong đó: R là bán kính, l là độ dài của một cung n^0

IV. HÌNH TRỤ - HÌNH NÓN – HÌNH CẦU

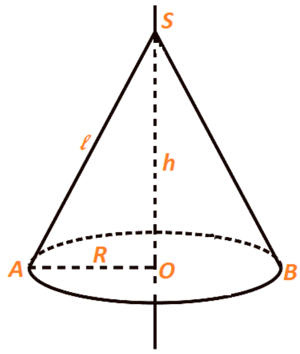


1.**<u>Hình trụ</u>**: Khi quay hình chữ nhật một vòng quanh một cạnh cố định, ta được một hình trụ

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi R h$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{đáy}$
- Thể tích: $V = S.h = \pi R^2 h$

Trong đó: S là diện tích đáy, h là chiều cao, R là bán kính đáy

2.**<u>Hình nón</u>**: Khi quay tam giác vuông một vòng quanh một cạnh góc vuông cố định thì được một hình nón



Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi R.l$

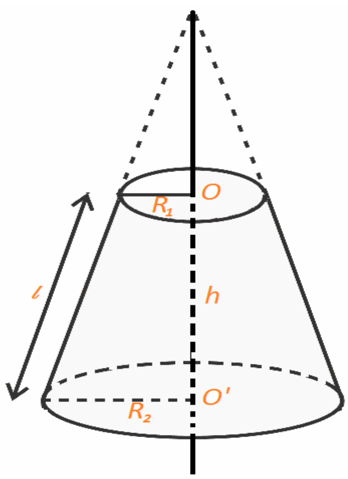
Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = \pi R\ell + \pi R^2$

Thể tích: $V_{nón} = \dfrac{1}{3} V_{trụ} = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h$

Đường sinh: $l = \sqrt{h^2 + R^2}$

Trong đó: h là chiều cao, R là bán kính đáy, l là đường sinh

3.**<u>Hình nón cụt</u>**: Khi cắt hình nón bởi một mặt phẳng song song với đáy thì phần mặt phẳng nằm trong hình nón là một hình tròn. Phần hình nón nằm giữa mặt phẳng nói trên và mặt đáy được gọi là một hình nón cụt.



- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi (R_1 + R_2) l$
- Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy\ lớn} + S_{đáy\ nhỏ}$

$$= \pi(R_1 + R_2)l + \pi(R_1^2 + R_2^2)$$

☞ Thể tích: $\boxed{V = \frac{1}{3}\pi h(R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2)}$

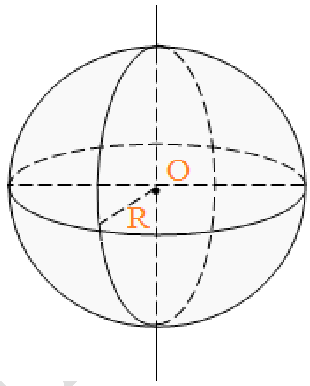
Trong đó: h là chiều cao, R_1, R_2 là hai bán kính đáy, *l* là đường sinh

4.**Hình cầu**: Khi quay nửa hình tròn tâm O, bán kính R một vòng quanh đường kính AB cố định thì được một hình cầu. Nửa đường tròn trong phép quay nói trên tạo nên mặt cầu.

☞ Diện tích : $\boxed{S = 4\pi R^2 = \pi d^2}$

☞ Thể tích: $\boxed{V = \frac{4}{3}\pi R^3}$

☞ Trong đó: R là bán kính của mặt cầu, d là đường kính mặt cầu



MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN TRONG CHỨNG MINH

1. Tứ giác nội tiếp:

☞ Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp:

- Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0
- Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện
- Tứ giác có 4 đỉnh cách đều một điểm.
- Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại d- ới một góc α.

2. Chứng minh hai góc bằng nhau.

☞ ***Cách chứng minh:***

- Chứng minh hai góc cùng bằng góc thứ ba
- Chứng minh hai góc bằng với hai góc bằng nhau khác
- Hai góc bằng tổng hoặc hiệu của hai góc theo thứ tự đôi một bằng nhau
- Hai góc cùng phụ (hoặc cùng bù) với góc thứ ba
- Hai góc cùng nhọn hoặc cùng tù có các cạnh đôi một song song hoặc vuông góc
- Hai góc so le trong, so le ngoài hoặc đồng vị
- Hai góc ở vị trí đối đỉnh
- Hai góc của cùng một tam giác cân hoặc đều
- Hai góc t- ơng ứng của hai tam giác bằng nhau hoặc đồng dạng
- Hai góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn hai cung bằng nhau.

3. Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau

☞ ***Cách chứng minh:***

- Chứng minh hai đoạn thẳng cùng bằng đoạn thứ ba
- Hai cạnh của mmột tam giác cân hoặc tam giác đều
- Hai cạnh t- ơng ứng của hai tam giác bằng nhau
- Hai cạnh đối của hình bình hành (chữ nhật, hình thoi, hình vuông)
- Hai cạnh bên của hình thang cân
- Hai dây tr- ơng hai cung bằng nhau trong một đ- ờng tròn hoặc hai đ- ờng bằng nhau.

4. Chứng minh hai đ- ờng thẳng song song

☞ ***Cách chứng minh:***

- Chứng minh hai đ- ờng thẳng cùng song song với đ- ờng thẳng thứ ba
- Chứng minh hai đ- ờng thẳng cùng vuông góc với đ- ờng thẳng thứ ba
- Chứng minh chúng cùng tạo với một cát tuyến hai góc bằng nhau:
  + ở vị trí so le trong
  + ở vị trí so le ngoài
  + ở vị trí đồng vị.
- Là hai dây chắn giữa chúng hai cung bằng nhau trong một đ- ờng tròn
- Chúng là hai cạnh đối của một hình bình hành

5. Chứng minh hai đ- ờng thẳng vuông góc

☞ *Cách chứng minh:*

- Chúng song song song song với hai đ- ờng thẳng vuông góc khác.
- Chứng minh chúng là chân đ- ờng cao trong một tam giác.
- Đ- ờng kính đi qua trung điểm dây và dây.
- Chúng là phân giác của hai góc kề bù nhau.

6. Chứng minh ba đ- ờng thẳng đồng quy.

☞ *Cách chứng minh:*

- Chứng minh chúng là ba đ- ờng cao, ba trung tuyến, ba trung trực, ba phân giác trong (hoặc một phân giác trong và phân giác ngoài của hai góc kia)
- Vận dụng định lí đảo của định lí Talet.

7. Chứng minh hai tam giác bằng nhau

☞ *Cách chứng minh:*

*** Hai tam giác th- ờng:**

- Tr- ờng hợp góc - cạnh - góc (g-c-g)
- Tr- ờng hợp cạnh - góc - cạnh (c-g-c)
- Tr- ờng hợp cạnh - cạnh - cạnh (c-c-c)

*** Hai tam giác vuông:**

- Có cạnh huyền và một góc nhọn bằng nhau
- Có cạnh huyền bằng nhau và một cạnh góc vuông bằng nhau
- Cạnh góc vuông đôi một bằng nhau

8. Chứng minh hai tam giác đồng dạng

☞ *Cách chứng minh:*

*** Hai tam giác th- ờng:**

- Có hai góc bằng nhau đôi một
- Có một góc bằng nhau xen giữa hai cạnh t- ơng ứng tỷ lệ
- Có ba cạnh t- ơng ứng tỷ lệ

*** Hai tam giác vuông:**

- Có một góc nhọn bằng nhau
- Có hai cạnh góc vuông t- ơng ứng tỷ lệ

9. Chứng minh đẳng thức hình học

☞ *Cách chứng minh:*

Giả sử phải chứng minh đẳng thức: MA.MB = MC.MD (*)

- Chứng minh: $\Delta MAC \sim \Delta MDB$ hoặc $\Delta MAD \sim \Delta MCB$
- Nếu 5 điểm M, A, B, C, D cùng nằm trên một đ- ờng thẳng thì phải chứng minh các tích trên cùng bằng tích thứ ba:

$$MA.MB = ME.MF$$
$$MC.MD = ME.MF$$

Tức là ta chứng minh: $\Delta MAE \sim \Delta MFB$

$\Delta MCE \sim \Delta MFD$

$\rightarrow MA.MB = MC.MD$

* Tr- ờng hợp đặc biệt: $MT^2 = MA.MB$ ta chứng minh $\Delta MTA \sim \Delta MBT$

10. Chứng minh tứ giác nội tiếp

☞ *Cách chứng minh:*

Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp:

- Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0
- Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện
- Tứ giác có 4 đỉnh cách đều một điểm.
- Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại d- ới một góc α.

11. Chứng minh MT là tiếp tuyến của đ- ờng tròn (O;R)

☞ *Cách chứng minh:*

- Chứng minh $OT \perp MT$ tại $T \in (O;R)$
- Chứng minh khoảng cách từ tâm O đến đ- ờng thẳng MT bằng bán kính
- Dùng góc nội tiếp.

12. Các bài toán tính toán độ dài cạnh, độ lớn góc

☞ *Cách tính:*

- Dựa vào hệ thức l- ợng trong tam giác vuông.
- Dựa vào tỷ số l- ợng giác
- Dựa vào hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông
- Dựa vào công thức tính độ dài, diện tích, thể tích...

13. Định nghĩa và sự xác định đường tròn.

1. Tập hợp các điểm cách O cho trước một khoảng R không đổi gọi là đường tròn tâm O bán kính R. Kí hiệu: (O; R).
2. Để xác định được đường tròn ta có các cách sau:
   2.1. Biết tâm O và bán kính R.
   2.2. Biết 3 điểm không thẳng hàng nằm trên đường tròn.
3. Cho (O; R) và điểm M. Khi đó có các khả năng sau:
   3.1. Nếu $MO > R$ thì M nằm ngoài đường tròn (O; R).
   3.2. Nếu $MO=R$ thì M nằm trên đường tròn (O;R). Kí hiệu: $M \in (O; R)$.
   3.3. Nếu $MO < R$ thì M nằm trong đường tròn (O; R).
4. Dây cung là đoạn thẳng nối hai điểm trên đường tròn. Đường kính là dây cung qua tâm. Vậy đường kính là dây cung lớn nhất trong một đường tròn.
5. Muốn c/m các điểm cùng nằm trên (O; R) ta chỉ ra khoảng cách từ mỗi điểm đến O đều là R. Các cách khác sau này xét sau.
6. Đường tròn qua hai điểm A và B có tâm nằm trên trung trực của AB.
7. đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông có tâm là trung điểm cạnh huyền.

14. Tính chất đối xứng xủa đường tròn.

1. Đường tròn là hình có một tâm đối xứng là tâm đường tròn đó.
2. Đường tròn có vô số trục đối xứng là mỗi đường kính của nó.
3. Đường kính vuông góc dây cung thì đi qua trung điểm và ngược lại.
4. Hai dây cung bằng nhau khi và chỉ khi chúng cách đều tâm.
5. Dây cung nào gần tâm hơn thì dài hơn và ngược lại.
6. Vận dụng các tính chất trên ta có thể tính độ dài các đoạn và c/m các tính chất cũng như so sánh các đoạn thẳng dựa vào đường tròn.

15. Phương pháp chứng minh ba điểm thẳng hàng.

1. Ta có thể chỉ ra ba điểm tạo thành góc bẹt (180^0).
2. Vận dụng tính chất các đường đồng quy.
3. C/m hai tia AB và AC trùng nhau theo tiên đề Ơclit(cùng song song 1 đường).
4. Chỉ ra 3 điểm cùng nằm trên 1 đường nào đó.

5. Có thể chỉ ra AB+BC=AC.

16. Phương pháp c/m hai đoạn thẳng bằng nhau.

1. Dùng hai tam giác bằng nhau.
2. Dùng tính chất của tam giác; hình thang cân; hình bình hành;…..
3. Sử dụng tính chất của đường chéo các hình. Tính chất đường trung bình.
4. Sử dụng tính chất bắc cầu.

17. Phương pháp c/m hai đường thẳng vuông góc.

1. Hai đường thẳng vuông góc là hai đường thẳng cắt nhau và trong các góc tạo thành có 1 góc vuông 90^0.
2. Cho điểm O và d khi đó có duy nhất một đường thẳng qua O và $\perp$ d.
3. Cho a//b khi đó nếu c $\perp$ a thì c $\perp$ b.
4. Ngoài ra ta còn dùng các tính chất khác như xem hai đường thẳng là hai cạnh của tam giác vuông. Xét các tính chấtâtm giác cân; tam giác vuông; hình thoi, hình chữ nhật;….. Để c/m hai đường thẳng vuông góc.

18. C/m hai đường thẳng song song.

1. Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung (không làm được gì).
2. Hai đường thẳng song song khi có đường thẳng cắt qua và tạo các cặp:
   2.1 So le trong bằng nhau.
   2.2 Đồng vị bằng nhau.
   2.3 Các góc trong cùng phía đồng vị.
3. Hai đường thẳng cùng vuông góc đường thứ ba thì song song.
4. Hai cạnh đối của hình bình hành thì song song.
5. Tính chất dường trung bình tam giác và hình thang.
6. Các tính chất của các hình khác như hình hộp chữ nhật…..
7. Tính chất bắc cầu: chỉ ra a//b và b//c thì a//c.

19. C/m các đường thẳng đồng quy.

1. Các đường thẳng đồng quy là các đường thẳng đó cùng đi qua một điểm.
2. Ta có thể chỉ ra một điểm O nào đó và c/m các đường thẳng cùng đi qua nó.
3. Ta gọi O là giao điểm hai đường thẳng và chỉ ra đường còn lại cũng qua nó.
4. Ta dùng tính chất các đường chéo hình bình hành; hình chữ nhật để chỉ ra các đường cùng đi qua trung điểm cạnh nào đó.
5. Vận dụng tính chất các đường đồng quy trong tam giác..
6. Ta vận dụng định lí Talet đảo về các đoạn song song.

20. C/m hệ thức hình học.

1. Tức là ta phải đi c/m một đẳng thức đúng từ các dữ kiện đề bài cho.
2. Ta thường dùng các công thức của tam giác vuông nếu trong bài xuất hiện góc vuông. (xem phần trước).
3. Ta dùng phương pháp hai tam giác đồng dạng để c/m tỉ số bằng nhau và từ tỉ số này ta suy ra đẳng thức cần c/m.
4. Chú ý là có thể sử dụng tính chất bắc cầu trong nhiều tam giác đồng dạng.
5. Vận dụng công thức diện tích và phân tích một hình thành nhiều tam giác và cộng diện tích lại.
6. Sử dụng tam giác bằng nhau để chuyển cạnh khi cần thiết.
7. Dùng các tính chất của đường trung bình ,HBH; đoạn chắn bỡi các đường thẳng //…

22. Tính góc.

1. Để tính góc ta dùng các tính chất về góc đối đỉnh; góc kề bù; góc phụ nhau.

2. Các tính chất về góc của tam giác; góc trong và góc ngoài.
3. Vận dụng tính chất tổng các góc tam giác; tứ giác.
4. Vận dụng tính chất phân giác; phân giác trong và phân giác ngoài vuông góc.
5. Vạn dụng tính chất của góc nội tiếp.
6. Vận dụng tính chất các tam giác đồng dạng.
7. Các tính chất về góc và hai đường thẳng song song.
8. Các tính chất của hình thang; hình thang cân; hình bình hành; hình thoi;…