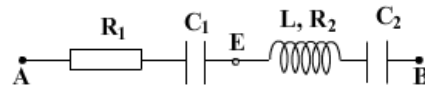


Bài 1: Cho mạch điện xoay chiều như hình.

$$R_1 = 4\Omega, C_1 = \frac{10^{-2}}{8\pi} F, R_2 = 100\Omega, L = \frac{1}{\pi} H, \\ f = 50\text{Hz}. \text{ Tìm điện dung } C_2, \text{ biết rằng điện áp } u_{AE} \\ \text{ và } u_{EB} \text{ đồng pha.}$$



Bài giải:

$$\varphi_{AE} = \varphi_{u_{AE}} - \varphi_i \quad ; \quad \varphi_{EB} = \varphi_{u_{EB}} - \varphi_i$$

$$\text{Vì } u_{AE} \text{ và } u_{EB} \text{ đồng pha nên } \varphi_{u_{AE}} = \varphi_{u_{EB}} \Rightarrow \varphi_{AE} = \varphi_{EB}$$

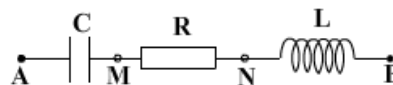
$$\Rightarrow \tan \varphi_{AE} = \tan \varphi_{EB}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{Z_{C_1}}{R_1} = \frac{Z_L - Z_{C_2}}{R_2} \Rightarrow Z_{C_2} = Z_L + Z_{C_1} \frac{R_2}{R_1}$$

$$\Rightarrow Z_{C_2} = 100 + 8 \frac{100}{4} = 300\Omega$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{1}{2\pi f \cdot Z_{C_2}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 300} = \frac{10^{-4}}{3\pi} \text{ (F)}$$

Bài 2: Cho mạch điện như hình vẽ. $U_{AN} = 150\text{V}$, $U_{MB} = 200\text{V}$, u_{AN} và u_{MB} vuông pha với nhau, cường độ dòng điện tức thời trong mạch có biểu thức $i = I_o \cos 100\pi t$ (A). Biết cuộn dây là thuần cảm. Hãy viết biểu thức u_{AB} .



Bài giải:

$$\text{Ta có: } U_{AN} = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = 150\text{V} \quad (1)$$

$$U_{MB} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = 200\text{V} \quad (2)$$

Vì u_{AN} và u_{MB} vuông pha nhau nên:

$$\varphi_{MB} - \varphi_{AN} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_{MB} = \frac{\pi}{2} + \varphi_{AN} \quad (\text{Với } \varphi_{MB} > 0, \varphi_{AN} < 0)$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_{MB} = \tan \left(\frac{\pi}{2} + \varphi_{AN} \right) = -\cot \varphi_{AN}$$

$$\Leftrightarrow \tan \varphi_{MB} = -\frac{1}{\tan \varphi_{AN}} \Rightarrow \tan \varphi_{MB} \cdot \tan \varphi_{AN} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{U_L}{U_R} \cdot \frac{U_C}{U_R} = 1 \Rightarrow U_R^2 = U_L \cdot U_C \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3), ta suy ra :

$$U_L = 160V, U_C = 90V, U_R = 120V$$

$$\text{Ta có : } U_{AB} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{120^2 + (160 - 90)^2} = 139V$$

$$\tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{160 - 90}{120} = \frac{7}{12} \Rightarrow \varphi = 0,53 \text{ rad}$$

$$\text{Vậy } u_{AB} = 139\sqrt{2} \cos(100\pi t + 0,53) \text{ (V)}$$

Bài 3: Hai cuộn dây (R_1, L_1) và (R_2, L_2) mắc nối tiếp vào mạng xoay chiều. Tìm mối liên hệ giữa R_1, L_1, R_2, L_2 để tổng trở đoạn mạch $Z = Z_1 + Z_2$ với Z_1 và Z_2 là tổng trở của mỗi cuộn dây.

Bài giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } Z &= Z_1 + Z_2 \Rightarrow I_0 Z = I_0 Z_1 + I_0 Z_2 \\ &\Rightarrow U_0 = U_{01} + U_{02} \end{aligned}$$

Để có thể cộng biên độ điện áp, các thành phần u_1 và u_2 phải đồng pha.

$$\text{Vì } u_1 = U_{01} \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (\text{V})$$

$$u_2 = U_{02} \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (\text{V})$$

$$\Rightarrow u = u_1 + u_2 = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

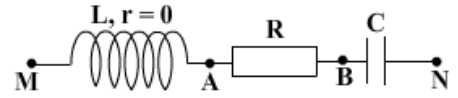
$$\text{Mà } U_0 = U_{01} + U_{02} \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_1 = \tan \varphi_2 \Leftrightarrow \frac{Z_{L_1}}{R_1} = \frac{Z_{L_2}}{R_2} \Leftrightarrow \frac{\omega L_1}{R_1} = \frac{\omega L_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Bài 4: Cho vào mạch điện hình bên một dòng điện xoay chiều có cường độ $i = I_o \cos 100\pi t$ (A). Khi đó u_{MB} và u_{AN}

vuông pha nhau, và $u_{MB} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (V).



Hãy viết biểu thức u_{AN} và tìm hệ số công suất của mạch MN.

Bài giải:

Do pha ban đầu của i bằng 0 nên $\varphi_{MB} = \varphi_{u_{MB}} - \varphi_i = \frac{\pi}{3} - 0 = \frac{\pi}{3}$ rad

Dựa vào giản đồ vec-tơ, ta có các giá trị hiệu dụng của U_L , U_R , U_C là:

$$U_R = U_{MB} \cos \varphi_{MB} = 100 \cos \frac{\pi}{3} = 50 \text{ (V)}$$

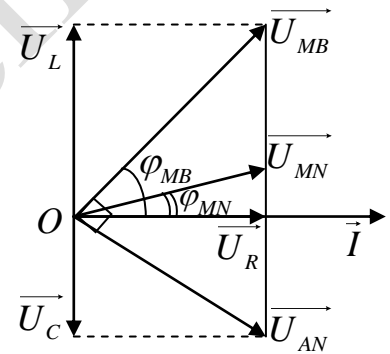
$$U_L = U_R \tan \varphi_{MB} = 50 \tan \frac{\pi}{3} = 50\sqrt{3} \text{ (V)}$$

Vì u_{MB} và u_{AN} vuông pha nhau nên

$$\varphi_{MB} - \varphi_{AN} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_{AN} = -\frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi_{MB} \cdot \tan \varphi_{AN} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{U_L}{U_R} \cdot \frac{-U_C}{U_R} = -1 \Rightarrow U_C = \frac{U_R^2}{U_L} = \frac{50^2}{50\sqrt{3}} = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ (V)}$$



Ta có: $U_{AN} = \frac{U_R}{\cos \varphi_{AN}} = \frac{50}{\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)} = \frac{100}{\sqrt{3}} \Rightarrow U_{oAN} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ (V)}$

Vậy biểu thức $u_{AN} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ (V).

Hệ số công suất toàn mạch:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{U_R}{\sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}} = \frac{50}{\sqrt{50^2 + \left(50\sqrt{3} - \frac{50}{\sqrt{3}}\right)^2}} = \sqrt{\frac{3}{7}}$$

Dạng 5: CÔNG SUẤT CỦA ĐOẠN MẠCH R, L, C MẮC NỐI TIẾP

Bài 1 Điện áp hai đầu một đoạn mạch là $u = 120\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (V), và cường độ dòng điện qua mạch là $i = 3\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$ (A). Tính công suất đoạn mạch.

Bài giải:

$$\text{Ta có: } U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = \frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 120 \text{ (V)}$$

$$I = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3 \text{ (A)}$$

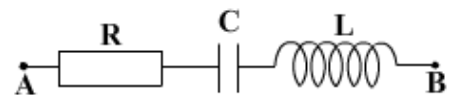
$$\text{Độ lệch pha: } \Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = -\frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Vậy công suất của đoạn mạch là:

$$P = UI \cos \varphi = 120 \cdot 3 \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 180 \text{ (W)}.$$

Bài 2 Cho mạch điện như hình vẽ. Cuộn dây thuần cảm, có L

= 0,159H. Tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F. Điện trở R =



50Ω. Điện áp hai đầu đoạn mạch có biểu thức

$u_{AB} = 100\sqrt{2} \cos 2\pi ft$ (V). Tần số dòng điện thay đổi. Tìm f để công suất của mạch đạt cực đại và tính giá trị cực đại đó.

Bài giải:

$$\text{Công suất của mạch: } P = UI \cos \varphi = \frac{U^2}{Z^2} R$$

Vì U không đổi, R không đổi nên P_{\max} khi Z_{\min}

Ta có $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$, nên Z_{\min} khi $Z_L = Z_C$, tức là trong mạch có cộng

$$\text{hưởng điện: } \omega^2 LC = 1 \Leftrightarrow 4\pi^2 f^2 LC = 1$$

$$\Rightarrow \text{Tần số } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,519 \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}}} = 70,7 \text{ (Hz)}.$$

Công suất cực đại của mạch:

$$P_{\max} = \frac{U^2}{Z_{\min}^2} R = \frac{U^2}{R^2} R = \frac{U^2}{R} = \frac{100^2}{50} = 200 \text{ (W)}.$$

Bài 3 Cho mạch như trên hình vẽ của bài 2. Tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$ F. Điện trở $R =$

100Ω . Điện áp hai đầu đoạn mạch có biểu thức $u = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$ (V). Cuộn dây có độ tự cảm L thay đổi. Điều chỉnh $L = L_0$ thì công suất của mạch cực đại và bằng 484W.

- Hãy tính L_0 và U .
- Viết biểu thức cường độ dòng điện trong mạch.

Bài giải:

a. Ta có: $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$

Suy ra công suất của mạch: $P = UI \cos \varphi = \frac{U^2}{Z^2} R$

Vì U không đổi, R không đổi nên P_{\max} khi Z_{\min}

Ta có $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$, nên Z_{\min} khi $Z_L = Z_C$, tức là trong mạch có cộng hưởng điện:

$$\omega^2 L_0 C = 1 \Rightarrow L_0 = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(100\pi)^2 \cdot \frac{10^{-4}}{\pi}} = \frac{1}{\pi} \text{ (H)}$$

Công suất cực đại của mạch: $P_{\max} = \frac{U^2}{R}$

$$\Rightarrow U = \sqrt{P_{\max} \cdot R} = \sqrt{484 \cdot 100} = 220 \text{ (V)}$$

b. Vì xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện nên i và u đồng pha $\Rightarrow \varphi_i = 0$

Ta có: $I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{220\sqrt{2}}{100} = 3,11 \text{ (A)}$

Vậy biểu thức $i = 3,11\cos 100\pi t$ (A).

Bài 4: Cho mạch điện xoay chiều nối tiếp R, L, C. Cuộn dây có $L = \frac{1}{\pi}$ H, tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điện áp giữa hai đầu đoạn mạch $u = 200\cos 100\pi t$ (V). Biết rằng khi $C = 0,159.10^{-4}$ F thì cường độ dòng điện i trong mạch nhanh pha hơn điện áp u giữa hai đầu đoạn mạch một góc $\frac{\pi}{4}$.

- Tìm biểu thức giá trị tức thời của i.
- Tìm công suất P trong mạch. Khi cho điện dung C tăng dần thì công suất P thay đổi thế nào?

Bài giải:

a. Ta có: $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{1}{\pi} = 100$ (Ω)

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot 0,159 \cdot 10^{-4}} \approx 200$$
 (V)

Vì u nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{4}$ nên $\varphi_i = \frac{\pi}{4}$

$$\Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0 - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\tan \varphi = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow R = Z_C - Z_L$$

$$\Rightarrow R = 200 - 100 = 100\Omega$$

Tổng trở: $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{100^2 + (100 - 200)^2} = 100\sqrt{2}\Omega$

$$I_o = \frac{U_o}{Z} = \frac{200}{100\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ (A)}$$

Vậy biểu thức $i = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (A)

b. Công suất $P = RI^2 = 100 \cdot 1^2 = 100$ W

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{Z^2} R = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + \left(Z_L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Đạo hàm P' theo C: $\Rightarrow P' = \frac{-RU^2 \cdot \frac{2}{\omega C^2} \left(Z_L - \frac{1}{C\omega}\right)}{\left[R^2 + \left(Z_L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^2}$

$$P' = 0 \Leftrightarrow \frac{2RU^2}{\omega C^2} \left(Z_L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0$$

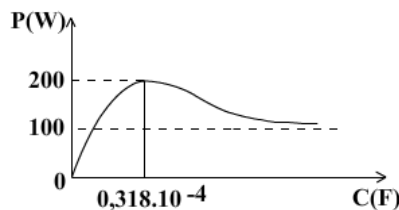
$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 \cdot L} = \frac{1}{(100\pi)^2 \frac{1}{\pi}} = 0,318 \cdot 10^{-4} \text{ F}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{R} = 200 \text{ W}$$

Bảng biến thiên:

C(F)	0	0,318.10 ⁻⁴	∞
P'	+	0	-
P(W)	0	200	100

Đồ thị P theo C:

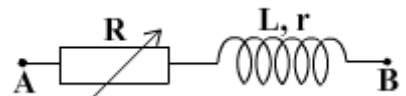


Vậy: khi C tăng từ 0 → 0,318.10⁻⁴F thì P tăng từ 0 → 200W.

Khi C tăng từ 0,318.10⁻⁴F → ∞ thì P giảm từ 200W → 100W.

Bài 5: Cho mạch điện như hình. Điện áp $u_{AB} = 80 \cos 100\pi t$

(V), $r = 15\Omega$, $L = \frac{1}{5\pi}$ H.



a. Điều chỉnh giá trị của biến trở sao cho dòng

điện hiệu dụng trong mạch là 2A. Tính giá trị của biến trở và điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây.

b. Điều chỉnh biến trở R:

- Tính R cho công suất tiêu thụ trên mạch cực đại. Tính P_{\max} .
- Tính R cho công suất tiêu thụ trên R cực đại. Tính $P_{R\max}$.

Bài giải:

a. Cảm kháng: $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{1}{5\pi} = 20\Omega$

$$U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = \frac{80}{\sqrt{2}} \text{ (V)}$$

Tổng trở $Z = \frac{U}{I} = \frac{80}{2\sqrt{2}} = 20\sqrt{2} \Omega$

$$\Rightarrow \sqrt{(R+r)^2 + Z_L^2} = 20\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(R+15)^2 + 20^2} = 20\sqrt{2} \Rightarrow (R+15)^2 = 20^2$$

$$\Rightarrow R = 20 - 15 = 5\Omega$$

Điện áp hiệu dụng hai đầu cuộn dây:

$$U_{\text{cuộn dây}} = I \cdot Z_{\text{cuộn dây}} = I \sqrt{r^2 + Z_L^2} = 2 \sqrt{15^2 + 20^2} = 50 \text{ (V)}$$

b. • Công suất tiêu thụ trên toàn mạch:

$$P = I^2 (R+r) = \frac{U^2 (R+r)}{(R+r)^2 + Z_L^2} = \frac{U^2}{(R+r) + \frac{Z_L^2}{R+r}}$$

$$P_{\max} \text{ khi } \left[(R+r) + \frac{Z_L^2}{R+r} \right] \text{ min}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si với hai số không âm:

$$(R+r) + \frac{Z_L^2}{R+r} \geq 2\sqrt{(R+r) \frac{Z_L^2}{R+r}} \text{ (hằng số)}$$

Nên $\left[(R+r) + \frac{Z_L^2}{R+r} \right] \text{ min (đấu = xảy ra) khi } R+r = \frac{Z_L^2}{R+r}$

$$\Rightarrow R+r = Z_L \Rightarrow R = Z_L - r = 20 - 15 = 5\Omega$$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{2(R+r)} = \frac{80^2}{2 \cdot 2 \cdot (5+15)} = 80 \text{ W}$$

• Công suất tiêu thụ trên R:

$$P_R = I^2 R = \frac{U^2 \cdot R}{(R+r)^2 + Z_L^2} = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + 2Rr + r^2 + Z_L^2} = \frac{U^2}{R + \frac{r^2 + Z_L^2}{R} + 2r}$$

$$P_{R_{\max}} \text{ khi } \left[R + \frac{r^2 + Z_L^2}{r} \right] \text{ min}$$

Tương tự, áp dụng bất đẳng thức Cô-si với hai số không âm:

$$\Rightarrow R = \frac{r^2 + Z_L^2}{R} \Rightarrow R = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25\Omega$$

$$P_{R_{\max}} = \frac{U^2}{2(R+r)} = \frac{80^2}{2 \cdot 2 \cdot (25+15)} = 40 \text{ W}$$