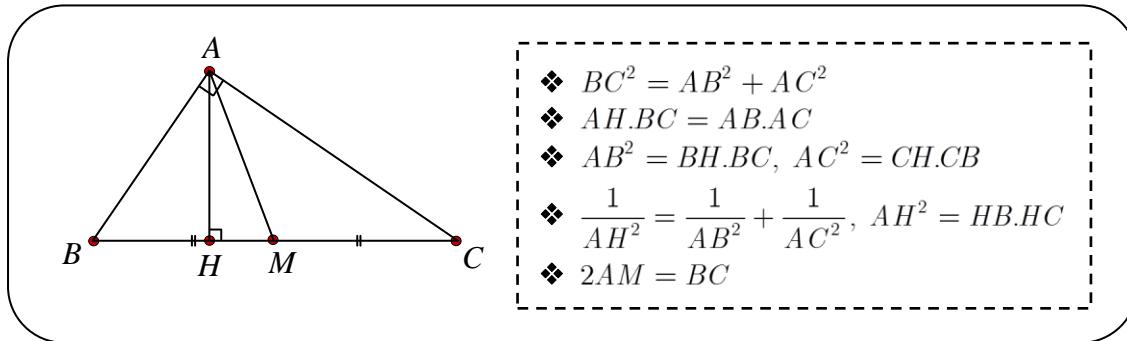


CHƯƠNG 1 – KHỐI ĐA DIỆN VÀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

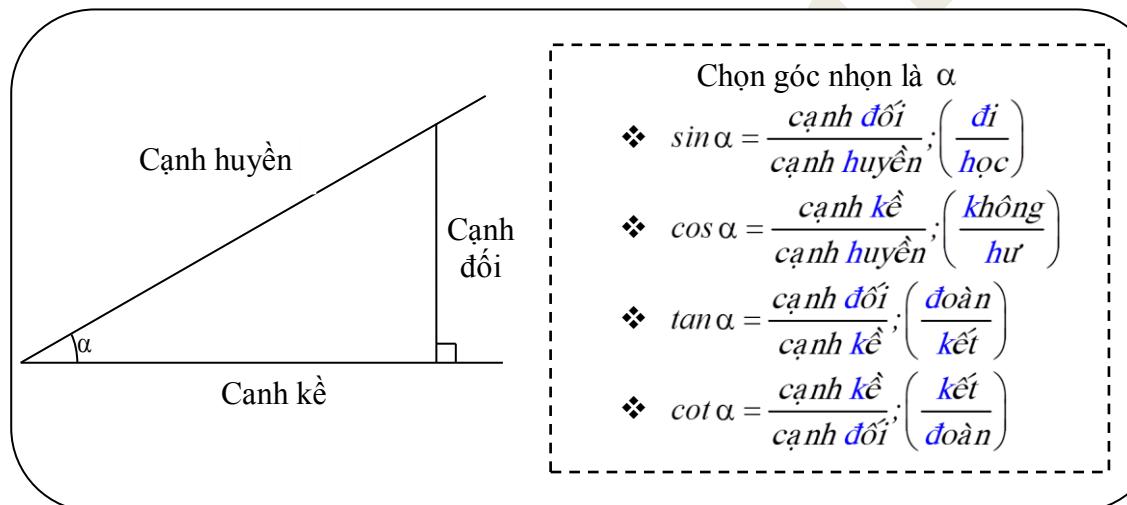
I. ÔN TẬP HÌNH HỌC PHẲNG

1. Các hệ thức lượng trong tam giác vuông:

Cho tam giác ABC vuông tại A , AH là đường cao, AM là đường trung tuyến. Ta có:

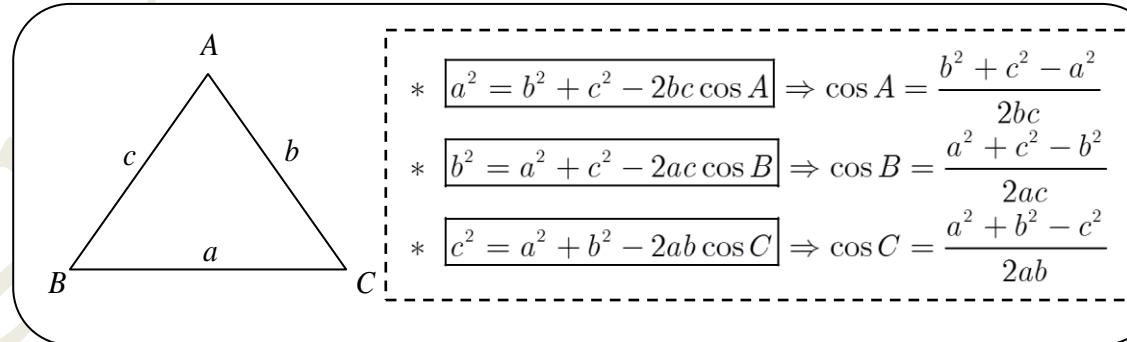


2. Các tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông:

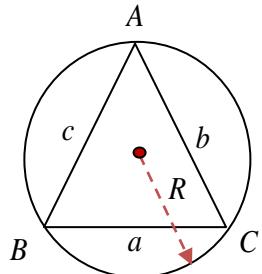


3. Các hệ thức lượng trong tam giác thường:

a. Định lý cosin:



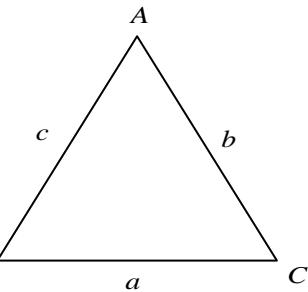
b. Định lý sin:



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

(R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC)

c. Công thức tính diện tích tam giác:

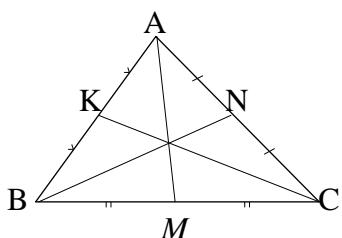


$$\begin{aligned} \diamond S_{\Delta ABC} &= \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c \\ \diamond S_{\Delta ABC} &= \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B \\ \diamond S_{\Delta ABC} &= \frac{abc}{4R}, \quad S_{\Delta ABC} = p \cdot r \\ \diamond p &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \end{aligned}$$

p - nửa chu vi

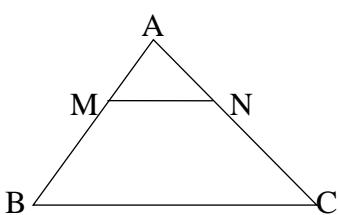
r - bán kính đường tròn nội tiếp

d. Công thức tính độ dài đường trung tuyến:



$$\begin{aligned} * \quad AM^2 &= \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \\ * \quad BN^2 &= \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \\ * \quad CK^2 &= \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \end{aligned}$$

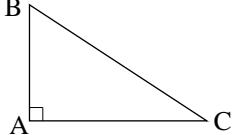
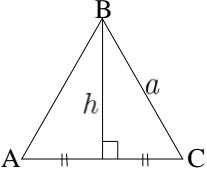
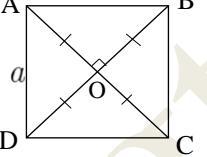
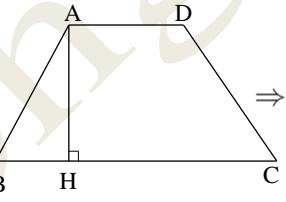
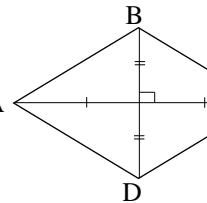
4. Định lý TA-LET:



$$\begin{aligned} * \quad MN // BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} &= \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k \\ * \quad \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} &= \left(\frac{AM}{AB} \right)^2 = k^2 \end{aligned}$$

(Tỉ số diện tích bằng tỉ bình phương đồng dạng)

5. Diện tích đa giác:

<p>a. Diện tích tam giác vuông:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Diện tích tam giác vuông bằng $\frac{1}{2}$ tích 2 cạnh góc vuông. 	 $\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC$
<p>b. Diện tích tam giác đều:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Diện tích tam giác đều: $S_{\Delta \text{đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2\sqrt{3}}{4}$ ❖ Chiều cao tam giác đều: $h_{\Delta \text{đều}} = \frac{(\text{cạnh})\sqrt{3}}{2}$ 	 $\Rightarrow \begin{cases} S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \\ h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$
<p>c. Diện tích hình vuông và hình chữ nhật:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Diện tích hình vuông bằng cạnh bình phương. ❖ Đường chéo hình vuông bằng cạnh nhân $\sqrt{2}$. ❖ Diện tích hình chữ nhật bằng dài nhân rộng. 	 $\Rightarrow \begin{cases} S_{HV} = a^2 \\ AC = BD = a\sqrt{2} \end{cases}$
<p>d. Diện tích hình thang:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ $S_{\text{Hình Thang}} = \frac{1}{2} \cdot (\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \times \text{chiều cao}$ 	 $\Rightarrow S = \frac{(AD + BC) \cdot AH}{2}$
<p>e. Diện tích tứ giác có hai đường chéo vuông góc:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Diện tích tứ giác có hai đường chéo vuông góc nhau bằng $\frac{1}{2}$ tích hai đường chéo. ❖ Hình thoi có hai đường chéo vuông góc nhau tại trung điểm của mỗi đường. 	 $A \quad B \quad C \quad D \Rightarrow S_{H.Thoi} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$

II. HÌNH ĐA DIỆN, KHỐI ĐA DIỆN

1) Hình đa diện, khối đa diện

✚ **Hình đa diện** là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

a) Hai đa giác hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.

b) Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

✚ **Khối đa diện**: là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

2) Khối đa diện lồi, khối đa diện đều

✚ **Khối đa diện (H)** được gọi là **khối đa diện lồi** nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kỳ của (H) luôn thuộc (H).

✚ Một khối đa diện lồi được gọi là **khối đa diện đều loại {n;p}** nếu:

a) Mọi mặt của nó là một đa giác đều **n** cạnh.

b) Mọi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng **p** mặt.

Chú ý: $2C = nM = pD$

Trong đó: C là số cạnh, M là số mặt, D là số đỉnh và n, p phải nguyên

❖ Có 5 loại khối đa diện đều .

Loại	Tên gọi	Dính	Cạnh	Mặt
{3;3}	Khối tứ diện đều	4	6	4
{4;3}	Khối lập phương	8	12	6
{3;4}	Khối tám mặt đều	6	12	8
{5;3}	Khối mười hai mặt đều	20	30	12
{3;5}	Khối hai mươi mặt đều	12	30	20

III. HÌNH CHÓP ĐỀU

1. Định nghĩa: Một hình chóp được gọi là **hình chóp đều** nếu có đáy là một đa giác đều và có chân đường cao trùng với tâm của đa giác đáy.

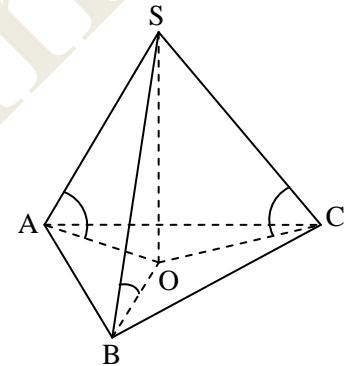
Nhận xét:

- ❖ Hình chóp đều có các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau. Các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau.
- ❖ Các cạnh bên của hình chóp đều tạo với mặt đáy các góc bằng nhau.

2. Hai hình chóp đều thường gặp:

a. **Hình chóp tam giác đều:** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Khi đó:

- ❖ Đáy ABC là tam giác đều.
- ❖ Các mặt bên là các tam giác cân tại S .
- ❖ Chiều cao: SO .
- ❖ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $SAO = SBO = SCO$.
- ❖ Góc giữa mặt bên và mặt đáy: SHO .
- ❖ Tính chất: $AO = \frac{2}{3}AH$, $OH = \frac{1}{3}AH$, $AH = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$.

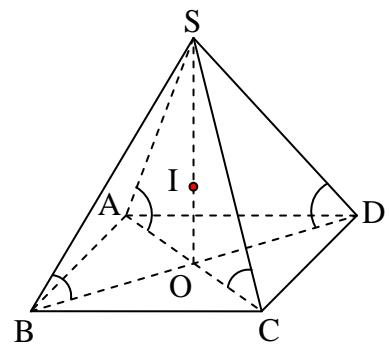


Lưu ý: Hình chóp tam giác đều khác với tứ diện đều.

- ✓ Tứ diện đều có các mặt là các tam giác đều.
- ✓ Tứ diện đều là hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng cạnh đáy.

b. **Hình chóp tứ giác đều:** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABCD$.

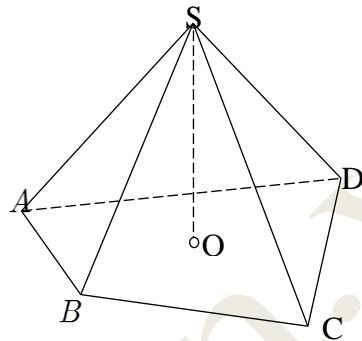
- ❖ Đáy $ABCD$ là hình vuông.
- ❖ Các mặt bên là các tam giác cân tại S .
- ❖ Chiều cao: SO .
- ❖ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $SAO = SBO = SCO = SDO$.
- ❖ Góc giữa mặt bên và mặt đáy: SHO .



IV. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỀN

1. Thể tích khối chóp:
$$V = \frac{1}{3} B.h$$

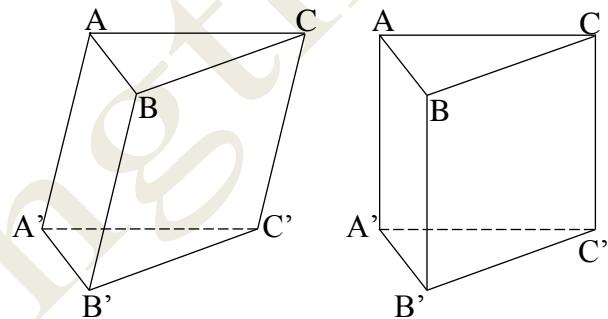
B : Diện tích mặt đáy.
 h : Chiều cao của khối chóp.



2. Thể tích khối lăng trụ:
$$V = B.h$$

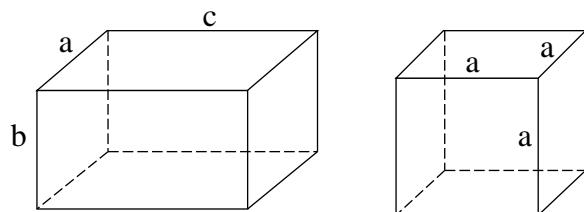
B : Diện tích mặt đáy.
 h : Chiều cao của khối chóp.

Lưu ý: Lăng trụ đứng có chiều cao cũng là cạnh bên.



3. Thể tích hình hộp chữ nhật:
$$V = a.b.c$$

⇒ Thể tích khối lập phương:
$$V = a^3$$

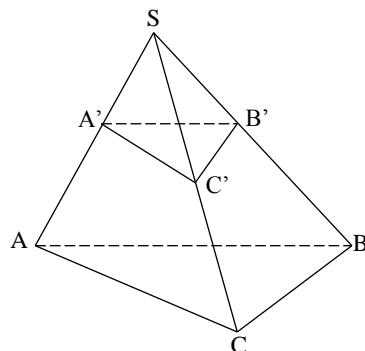


4. Tỉ số thể tích:
$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

5. Hình chóp cùt $ABC.A'B'C'$

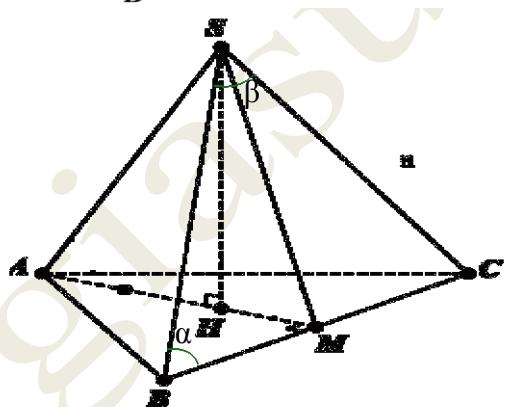
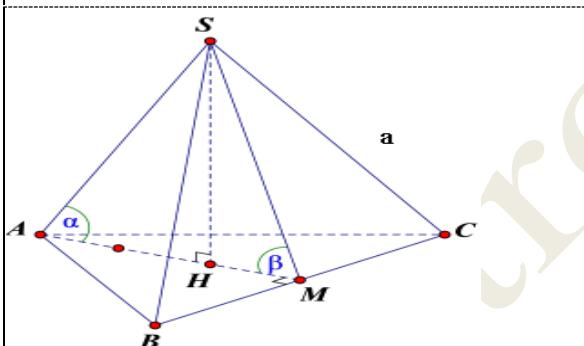
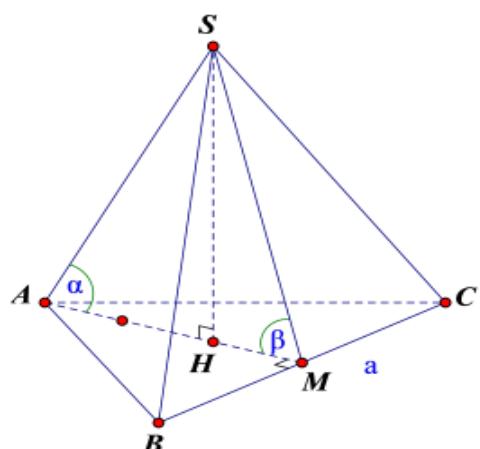
$$V = \frac{h}{3} B + B' + \sqrt{BB'}$$

Với B, B', h là diện tích hai đáy và chiều cao.



Tính nhanh thể tích một số hình chóp thường gặp.

Chóp tam giác đều



Hình chóp tứ giác đều

1. Tứ diện đều cạnh a.

$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

2. Chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b.

$$V = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{12}$$

3. Chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a; góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng α

$$V = \frac{a^3 \tan \alpha}{12}$$

4. Chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a; góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng β

$$V = \frac{a^3 \tan \beta}{24}$$

5. Chóp tam giác đều S.ABC có cạnh bên bằng a; góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng α

$$V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4} \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

6. Chóp tam giác đều S.ABC có cạnh bên bằng a; góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng β

$$V = \frac{a^3 \sqrt{3} \cdot \tan \beta}{\sqrt{(\tan^2 \beta + 4)^3}}$$

7. Chóp tam giác đều S.ABC có cạnh bên bằng a; góc ở đáy của mặt bên α

$$V = \frac{a^3 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sqrt{9 - 12 \cos^2 \alpha}}{3}$$

8. Chóp tam giác đều S.ABC có cạnh bên bằng a; góc ở đỉnh của β

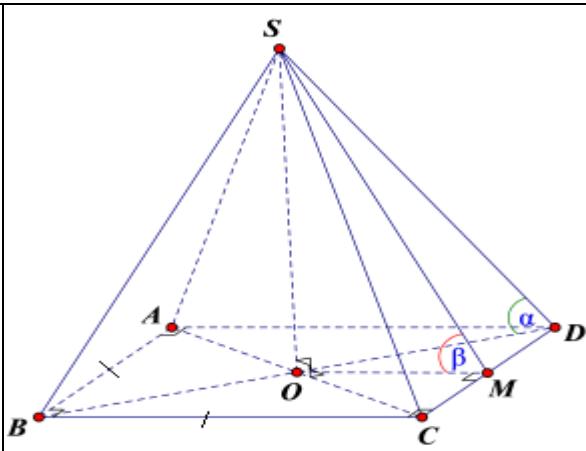
$$V = \frac{2a^3 \cdot (1 - \cos \beta) \cdot \sqrt{1 + 2 \cos \beta}}{12}$$

9. Chóp đều S.ABCD có tất cả các cạnh bằng a

$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$$

10. Chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b

$$V = \frac{a^2 \sqrt{4b^2 - 2a^2}}{6}$$



11. Chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng α

$$V = \frac{a^3 \sqrt{2} \tan \alpha}{6}$$

12. Chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng β

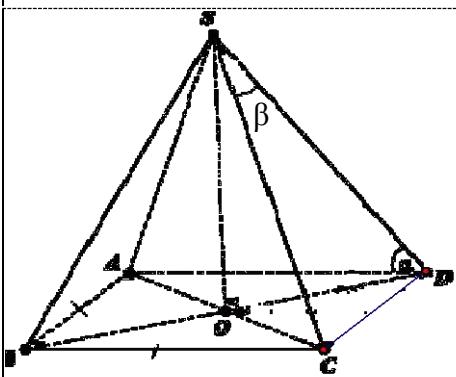
$$V = \frac{a^3 \tan \beta}{6}$$

13. Chóp đều S.ABCD có cạnh bên bằng a và góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng α

$$V = \frac{2a^3 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha}{3}$$

14. Chóp đều S.ABCD có cạnh bên bằng a và góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng β

$$V = \frac{4a^3 \tan \beta}{3\sqrt{(\tan^2 \beta + 2)^3}}$$



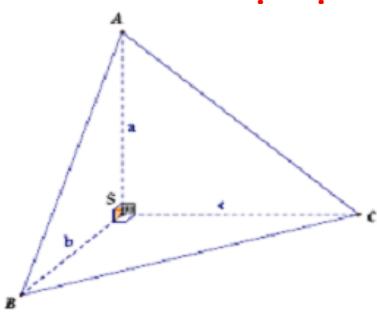
15. Chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và góc ở đáy của mặt bên với mặt đáy bằng α

$$V = \frac{a^3 \sqrt{\tan^2 \alpha - 1}}{6}$$

16. Chóp đều S.ABCD có cạnh bên bằng a và góc ở đỉnh của mặt bên với mặt đáy bằng β

$$V = \frac{4a^3 \tan \beta}{3\sqrt{(\tan^2 \beta + 2)^3}}$$

Hình có tính chất đặc biệt

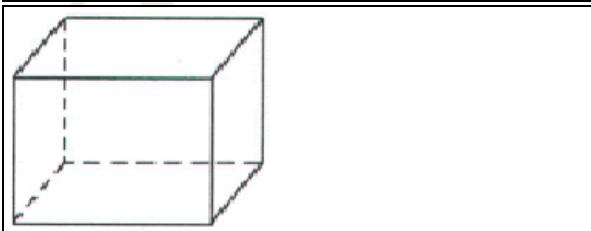


17. Cho hình chóp có 3 mặt ở đỉnh đối nhau vuông góc với nhau có diện tích lần lượt là S_1, S_2, S_3 thể tích là:

$$V = \frac{\sqrt{2S_1 \cdot S_2 \cdot S_3}}{3}$$

18. Cho hình chóp có 3 cạnh ở đỉnh đối nhau vuông góc với nhau có độ dài lần lượt là a, b, c thể tích là:

$$V = \frac{1}{6} a.b.c$$



19. Cho hình hộp chữ nhật có 3 mặt ở 1 đỉnh có diện tích lần lượt là S_1, S_2, S_3 thể tích là: $V = \sqrt{S_1 \cdot S_2 \cdot S_3}$

A. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V = a^3$.

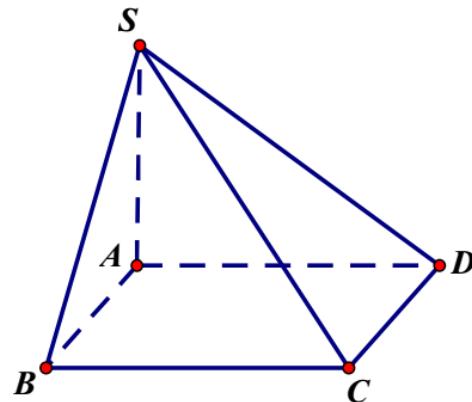
B. $V = 3a^3$.

C. $V = \frac{1}{3}a^3$.

D. $V = 2a^3$.

Giải.

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3$.



Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Biết $AB = 2a$ và $SB = 2\sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

A. $V = \frac{8a^3}{3}$

B. $V = \frac{4a^3}{3}$

C. $V = 4a^3$

D. $V = 8a^3$

Giải.

ΔSAB vuông tại A có $SA^2 = SB^2 - AB^2 = 4a^2$ nên $SA = 2a$

Có $dt(ABC) = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 2a^2$

Có $V = \frac{1}{3} SA \cdot dt(ABC) = \frac{1}{3} 2a \cdot 2a^2 = \frac{4}{3}a^3$

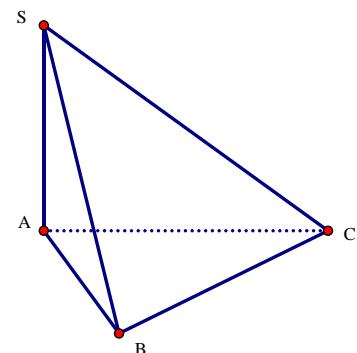
đáp án (B)

Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông đường chéo $AC = 2\sqrt{2}a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. a^3 .

B. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.



Giải.

Hãy đường cao SH của tam giác SAB thì Sh là đường cao của hình chóp

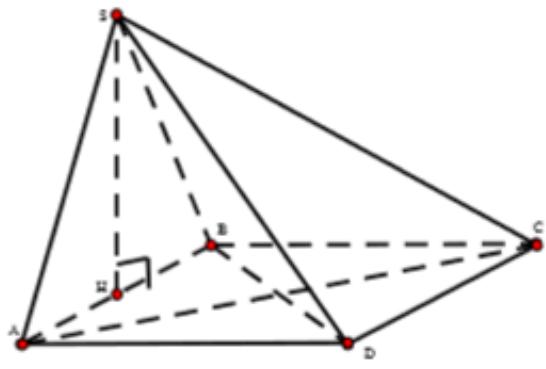
Trong hình vuông ABCD:

$$AC = 2\sqrt{2}a \Rightarrow AB = 2a; S_{ABCD} = 4a^2$$

Trong tam giác đều ABC: $AB = 2a \Rightarrow SH = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}.$$

Chọn (B)



Ví dụ 4. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{1}{3}a^3$.

B. $V = 6a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{2}{3}a^3$.

Giải.

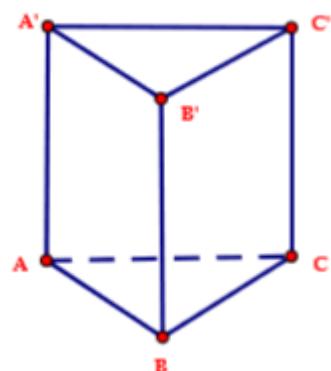
Tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B và

$$AC = 2a \Rightarrow BA = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}a.$$

Diện tích của tam giác ABC: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = a^2$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V = BB' \cdot S_{\Delta ABC} = a \cdot a^2 = a^3$.

Chọn (C)



Ví dụ 5. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, góc tạo bởi $A'B$ và đáy bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

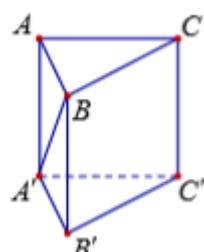
A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $3a^3$.

Giải.



Ta có: $BB' \perp (A'B'C')$ nên $(A'B, (A'B'C')) = BA' B' = 60^\circ$.

Xét tam giác $BB'A'$ vuông tại B' có: $\tan 60^\circ = \frac{BB'}{BA'} \Rightarrow BB' = a\sqrt{3}$.

Và: $S_{\Delta A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Vậy: $V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{\Delta A'B'C'} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.

Chọn (A)

Ví dụ 6. Cho tứ diện ABCD có AB, AC, AD đôi một góc vuông, AB = 4cm, AC = 5cm, AD = 3cm. Thể tích khối tứ diện ABCD bằng

A. 15cm^3

B. 10cm^3

C. 60cm^3

D. 20cm^3

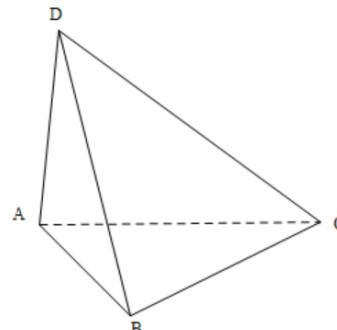
Giải:

Tứ diện ABCD có AB, AC, AD đôi một vuông góc

\Rightarrow Thể tích khối tứ diện ABCD là:

$$V = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 5 \cdot 3 = 10 (\text{cm}^3)$$

Chọn B.



Ví dụ 7. Cho hình chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp S.ABCD theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Phương pháp:

- Xác định góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

- Tính diện tích đáy và chiều cao suy ra thể tích theo công thức $V = \frac{1}{3}Sh$

Cách giải:

Gọi $H = AC \cap BD$ thì SH là đường cao.

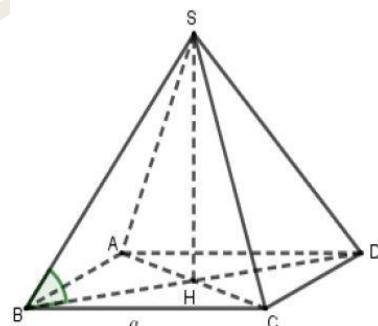
Góc giữa SB và (ABCD) là góc giữa SB và HB hay $\angle SBH = 60^\circ$.

$$\text{Ta có: } BH = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SH = BH \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Diện tích hình vuông $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Vậy thể tích } V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$$

Chọn A.



Ví dụ 8. Cho chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Cạnh SA vuông góc với đáy, biết rằng $SA = 2a$, $AB = a$, $BC = b$. Gọi M là điểm trên cạnh SB sao cho $2SM = MB$ và N là trung điểm của cạnh SC.

a) Tính thể tích khối chóp S.ABC.

b) Tính thể tích của khối chóp N.ABC

c) Mặt phẳng (AMN) chia khối chóp thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích giữa hai khối đa diện đó?

Giải.

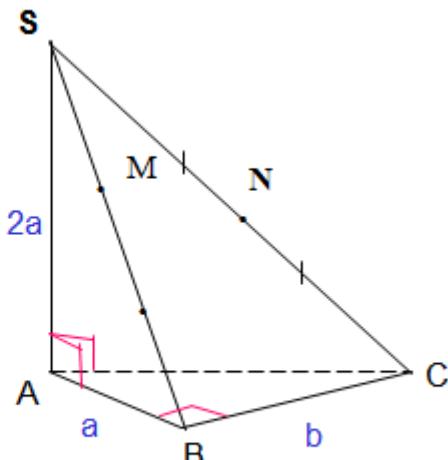
a) Tính thể tích khối chóp S.ABC.

Ta có:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a \cdot b \cdot 2a$$

$$= \frac{1}{3} a^2 b (\text{dvtt})$$



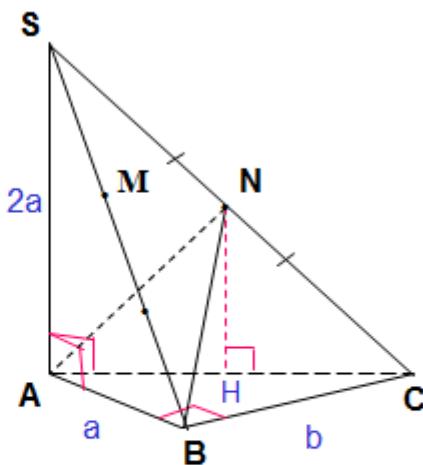
b) Tính thể tích của khối chóp N.ABC

Trong mp(SAC) kè NH song song với SA

$$Do \begin{cases} SA \perp (ABC) \\ NH // SA \end{cases} \Rightarrow NH \perp (ABC)$$

Mặt khác NH là đường trung bình trong tam giác CAS nên $NH=a$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } V_{MABC} &= \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot NH \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a \cdot b \cdot a \\ &= \frac{1}{6} a^2 b (\text{đvtt }) \end{aligned}$$



c) Mặt phẳng (AMN) chia khối chóp thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích giữa hai khối đa diện đó?

$$Tính \frac{V_{S.AMN}}{V_{ANMCR}} = ?$$

Giải.

Kiến thức cần nắm

$$V = \frac{1}{3} B.h$$

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = 1 \cdot \frac{SM \cdot SN}{SB \cdot SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$
 $\Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{6} V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} a^2 b = \frac{1}{18} a^2 b$

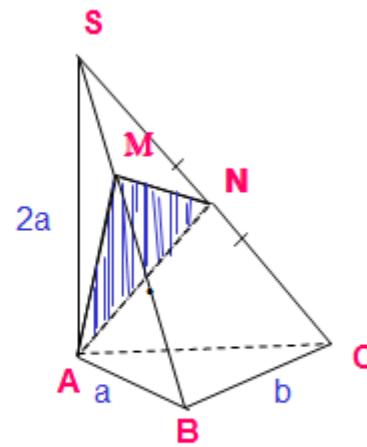
Mặt khác

$$V_{S.ABC} = V_{S.AMN} + V_{AMNCB}$$

$$\Rightarrow V_{AMNCB} = V_{S.ABC} - V_{S.AMN}$$

$$= \frac{1}{3} a^2 b - \frac{1}{18} a^2 b = \frac{5}{18} a^2 b$$

Vậy: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{AMNCB}} = \frac{1}{5}$



Ví dụ 9. Cho hình chóp S.ABC có thể tích V. Gọi M là điểm trên cạnh SB sao cho $2SM=MB$ và N là trung điểm của cạnh SC. Mặt phẳng (ANM) Chia khối chóp thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích giữa hai khối đa diện đó?

Giải.

Kiến thức cần nắm

$$V = \frac{1}{3} B.h$$

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = 1 \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

$$\Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{6} V_{S.ABC} = \frac{1}{6} V$$

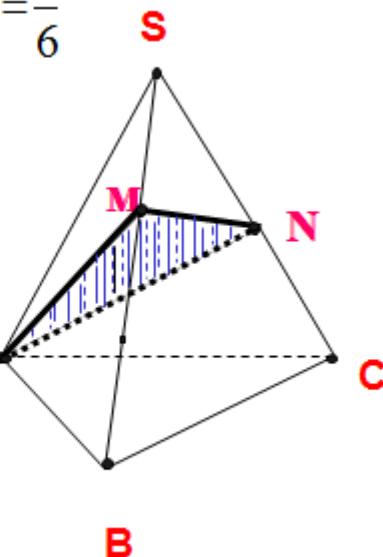
Mặt khác

$$V_{S.ABC} = V_{S.AMN} + V_{AMNCB}$$

$$\Rightarrow V_{AMNCB} = V_{S.ABC} - V_{S.AMN}$$

$$= V - \frac{1}{6} V = \frac{5}{6} V$$

Vậy: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{AMNCB}} = \frac{1}{5}$



Ví dụ 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết rằng đường thẳng SC hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{8}$

B. $\frac{a^3}{2}$

C. $\frac{a^3}{4}$

D. $\frac{3a^3}{4}$

Giải.

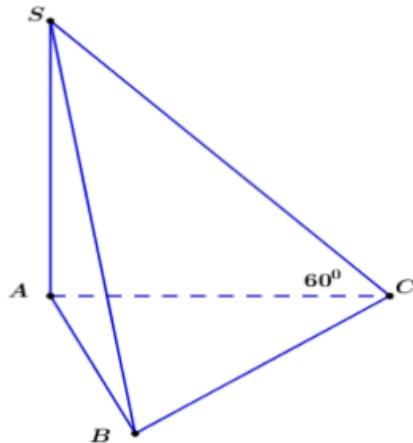
Ta có: $SA \perp (ABC)$

$$\Rightarrow \angle(SC, (ABC)) = \angle SCA = 60^\circ$$

Xét ΔSAC ta có: $SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$$

Chọn: C



CHƯƠNG 1: KHỐI ĐA DIỆN VÀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (Tổng hợp các bài toán thi THPT QG từ 2017 - 2021)

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều. Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên 2 lần và độ dài đường cao không đổi thì thể tích $S.ABC$ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 4 .

B. 2 .

C. 3 .

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Có bao nhiêu khối đa diện đều?

A. 4 .

B. 5 .

C. 3 .

D. 2 .

Câu 3. Cho khối đa diện đều $\{p; q\}$, chỉ số p là

A. Số các cạnh của mỗi mặt.

C. Số cạnh của đa diện.

B. Số mặt của đa diện.

D. Số đỉnh của đa diện.

Câu 4. Cho khối đa diện đều $\{p; q\}$, chỉ số q là

A. Số đỉnh của đa diện.

C. Số cạnh của đa diện.

B. Số mặt của đa diện.

D. Số các mặt ở mỗi đỉnh.

Câu 5. Tính thể tích khối tứ diện đều cạnh a .

A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 6. Cho $S.ABCD$ là hình chóp đều. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết $AB = a$, $SA = a$.

A. a^3

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, đáy ABC là tam giác đều. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $SA = a$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{3}$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tính thể tích $S.ABCD$ biết $AB = a$, $AD = 2a$, $SA = 3a$.

A. a^3 .

B. $6a^3$.

B. $2a^3$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 9. Thể tích khối tam diện vuông $O.ABC$ vuông tại O có $OA = a$, $OB = OC = 2a$ là

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $2a^3$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc mặt đáy, tam giác ABC vuông tại A , $SA = 2\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$. Tính thể tích khối chóp.

- A. $\frac{12}{3}\text{cm}^3$. B. $\frac{24}{5}\text{cm}^3$. C. $\frac{24}{3}\text{cm}^3$. D. 24cm^3 .

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy hình chữ nhật, SA vuông góc đáy, $AB = a$, $AD = 2a$. Góc giữa SB và đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 12. Hình chóp $S.ABCD$ đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết ΔSAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Mặt bên (SAB) là tam giác vuông cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết $BD = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

A. a^3 .

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 16. Khối đa diện đều có 12 mặt thì có số cạnh là:

A. 30

B. 60

C. 12

D. 24

Câu 17. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{8}$

Câu 18. Cho hình chóp đều $S.ABCD$, cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy là 60° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{a}{4}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a}{2}$

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $A.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{16}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{8}$

D. $\frac{1}{2}$

Câu 20. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = a^3$

B. $V = \frac{2a^3}{3}$

C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$

D. $V = a^3 \sqrt{\frac{3}{2}}$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $3a$, SA vuông góc với đáy, $SB = 5a$. Tính sin của góc giữa cạnh SC và mặt đáy $(ABCD)$.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$

D. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$

Câu 22. Thể tích của khối chóp có diện tích mặt đáy bằng B , chiều cao bằng h được tính bởi công thức:

- A. $V = \frac{1}{3}B.h$ B. $V = B.h$ C. $V = \frac{1}{2}B.h$ D. $V = 3B.h$

Câu 23. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó, thể tích của khối chóp bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $a^3\sqrt{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 24. Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có số đỉnh, số cạnh và số mặt tương ứng là:

- A. 6, 12, 8 B. 4, 6, 4 C. 8, 12, 6 D. 8, 12, 6

Câu 25. Gọi V là thể tích khối lập phương $ABCD.A'BC'D'$, V' là thể tích khối tứ diện $A.ABD$. Hệ thức nào dưới đây là đúng?

- A. $V=4V'$. B. $V=8V'$. C. $V=6V'$. D. $V=2V'$.

Câu 26. Khối lập phương thuộc loại khối đa diện đều nào?

- A. $\{3;3\}$. B. $\{4;3\}$. C. $\{3;4\}$. D. $\{5;3\}$.

Câu 27. Diện tích một mặt của hình lập phương là 9. Thể tích khối lập phương đó là:

- A. 729. B. 81. C. 27. D. 9.

Câu 28. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$, góc giữa SC và đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $3\sqrt{2}a^3$. B. $\sqrt{6}a^3$. C. $3a^3$. D. $\sqrt{2}a^3$.

Câu 29. Số đỉnh của hình bát diện đều có bao nhiêu?

- A. 12. B. 6. C. 8. D. 10.

Câu 30. Mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của bao nhiêu mặt của khối đa diện?

- A. Bốn mặt. B. Hai mặt. C. Ba mặt. D. Năm mặt.

Câu 31. Cho khối chóp tam giác có đường cao bằng 100 cm và cạnh đáy bằng 20 cm, 21 cm, 29 cm. Tính thể tích khối chóp này

- A. $7000\sqrt{2}cm^3$. B. $6000cm^3$. C. $6213cm^3$. D. $7000cm^3$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $3a^3$. B. $27a^3$. C. $9a^3$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 33. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

- A. $8\sqrt{2}cm^3$. B. $16\sqrt{2}cm^3$. C. $8cm^3$. D. $2\sqrt{2}cm^3$.

Câu 34. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2\text{cm}$, $AD=5\text{cm}$; $AA'=3\text{cm}$. Tính thể tích khối chóp $AABD$.

- A. 5cm^3 . B. 10cm^3 . C. 20cm^3 . D. 15cm^3 .

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Câu 36. Một khối lập phương có cạnh bằng a (cm). Khi tăng kích thước của mỗi cạnh thêm 2 (cm) thì thể tích tăng thêm $98\text{ (cm}^3)$. Giá trị của a bằng:

- A. 6 (cm). B. 5 (cm). C. 4 (cm). D. 3 (cm).

Câu 37. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, $A'B=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 39. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{6}$.

B. $V = \frac{\sqrt{7}a^3}{3}$.

C. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{2}$.

D. $\frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 40. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a\sqrt{3}$ cạnh bên $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ bằng bao nhiêu?

A. a^3 .

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 41. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết $SC = a\sqrt{7}$ và mặt phẳng (SDC) tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $a^3\sqrt{6}$. D. $a^3\sqrt{3}$

Câu 43. Cho hình chóp $SABC$ có $mp(SAB) \perp mp(ABC)$, tam giác ABC đều cạnh $2a$, tam giác SAB vuông cân tại S . Tính thể tích hình chóp $SABC$

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 44. Hình chóp $SABC$ có chiều cao $h = a$, diện tích tam giác ABC là $3a^2$. Tính thể tích hình chóp $SABC$

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. a^3 . C. $\frac{3}{2}a^3$. D. $3a^3$.

Câu 45. Cho hình chóp $SABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AC = a\sqrt{5}, SC = 3a$. Tính thể tích hình chóp $SABCD$

- A. $4a^3$. B. $\frac{4a^3}{3}$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 46. Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = a, BC = 2a, A'C = a\sqrt{21}$ có thể tích bằng

- A. $4a^3$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $8a^3$. D. $\frac{4a^3}{3}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a$, tam giác ABC vuông tại B có $AB = a, BC = 2a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $2a^3$. B. $\frac{2a^3}{3}$. C. $\frac{4a^3}{3}$. D. $4a^3$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$, tính khoảng cách từ O đến SC .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = 3a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A.** $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3 .

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Cạnh SA vuông góc với đáy $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA = a\sqrt{3}$. Số đo của góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A.** 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 75°