



# CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

## I- KHÁI NIỆM CỰC ĐẠI, CỰC TIỂU

**Định nghĩa:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên khoảng  $(a; b)$  (có thể  $a$  là  $-\infty$ ;  $b$  là  $+\infty$ ) và điểm  $x_0 \in (a; b)$ .

- Nếu tồn tại số  $h > 0$  sao cho  $f(x) < f(x_0)$  với mọi  $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$  và  $x \neq x_0$  thì ta nói hàm số  $f(x)$  đạt **cực đại** tại  $x_0$ .
- Nếu tồn tại số  $h > 0$  sao cho  $f(x) > f(x_0)$  với mọi  $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$  và  $x \neq x_0$  thì ta nói hàm số  $f(x)$  đạt **cực tiểu** tại  $x_0$ .

### ➤ Chú ý.

+ Nếu hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại (cực tiểu) tại  $x_0$  thì  $x_0$  được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của hàm số;  $f(x_0)$  được gọi là **giá trị cực đại (giá trị cực tiểu)** của hàm số, kí hiệu là  $f_{CB}(f_{CT})$ , còn điểm  $M(x_0; f(x_0))$  được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của đồ thị hàm số.

+ Các điểm cực đại và cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị**. Giá trị cực đại (giá trị cực tiểu) còn gọi là **cực đại (cực tiểu)** và được gọi chung là **cực trị** của hàm số.

## II – ĐIỀU KIỆN ĐỦ ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ

**Định lí 1:** Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $K = (x_0 - h; x_0 + h)$  và có đạo hàm trên  $K$  hoặc trên  $K \setminus \{x_0\}$ , với  $h > 0$ .

- Nếu  $f'(x) > 0$  trên khoảng  $(x_0 - h; x_0)$  và  $f'(x) < 0$  trên  $(x_0; x_0 + h)$  thì  $x_0$  là một điểm cực đại của hàm số  $f(x)$ .
- Nếu  $f'(x) < 0$  trên khoảng  $(x_0 - h; x_0)$  và  $f'(x) > 0$  trên  $(x_0; x_0 + h)$  thì  $x_0$  là một điểm cực tiểu của hàm số  $f(x)$ .

### Minh họa bằng bảng biến thiên

$x$	$x_0 - h$	$x_0$	$x_0 + h$
$f'(x)$	+		-
$f(x)$	$f_{CB}$		

$x$	$x_0 - h$	$x_0$	$x_0 + h$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	$f_{CT}$		

## III - QUY TẮC TÌM CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

### Quy tắc 1:

**Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số.

**Bước 2.** Tính  $f'(x)$ . Tìm các điểm tại đó  $f'(x)$  bằng 0 hoặc  $f'(x)$  không xác định.

**Bước 3.** Lập bảng biến thiên.

**Bước 4.** Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị.

### Quy tắc 2:

#### ĐỊNH LÝ 2

Giả sử hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm cấp hai trong khoảng  $(x_0 - h ; x_0 + h)$ , với  $h > 0$ . Khi đó :

a) Nếu  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) > 0$  thì  $x_0$  là điểm cực tiểu ;

b) Nếu  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) < 0$  thì  $x_0$  là điểm cực đại.

### Dựa vào định lý 2 ta có quy tắc 2

+ Hàm số **đạt cực đại** tại  $x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) < 0 \end{cases}$

+ Hàm **đạt cực tiểu** tại  $x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) > 0 \end{cases}$

+ Hàm **đạt cực trị** tại  $x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y''(x_0) \neq 0 \end{cases}$

## IV- NHẬN XÉT SỐ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

a. Số cực trị của hàm số bậc 3:  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

( Hàm số bậc 3 có 2 cực trị hoặc không có cực trị )

+ Hàm số có 2 cực trị  $\Leftrightarrow y' = 0$  có 2 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta > 0$

+ Hàm số không có cực trị  $\Leftrightarrow y' = 0$  có 1 nghiệm hoặc vô nghiệm  $\Leftrightarrow \Delta \leq 0$

b. Số cực trị của hàm bậc 4 ( trùng phương ):  $y = ax^4 + bx^2 + c$

( Hàm số bậc 4 có 1 cực trị hoặc 3 cực trị )

+ Hàm số có 1 cực trị  $\Leftrightarrow a.b \geq 0$

+ Hàm số có 3 cực trị  $\Leftrightarrow a.b < 0$

c. Số cực trị hàm phân thức:  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

( Hàm số không có cực trị )

## V – MỘT SỐ VÍ DỤ

### DẠNG 1: TÌM CÁC ĐIỂM CỰC TRỊ DỰA VÀO QUY TẮC 1

Ví dụ 1. Tìm cực trị của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$

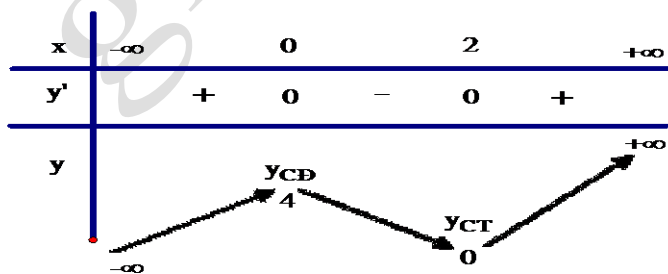
**Giải**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y(0) = 4 \\ x = 2, y(2) = 0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$ , giá trị cực đại của hàm số là  $y(0) = 4$

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ , giá trị cực tiểu của hàm số là  $y(2) = 0$

**Ví dụ 2.** Tìm cực trị của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

**Giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 6x + 3$$

$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Ta có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	<b>1</b>	$+\infty$
$y'$	+	<b>0</b>	+
$y$	$-\infty$		$+\infty$

Hàm số không có cực trị.

**Ví dụ 3.** Tìm cực trị của hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x - 1$

**Giải:**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } y' = x^2 + 2x + 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 0 \text{ (vn)}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$		$+\infty$
$y'$		+	
$y$	$-\infty$		$+\infty$

Hàm số không có cực trị.

**Ví dụ 4.** Tìm cực trị của hàm số  $y = x^4 + 2x^2 - 4$

**Giải:**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 + 4x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0, y(0) = -4$$

### Bảng biến thiên

<b>x</b>	$-\infty$		<b>0</b>		$+\infty$
<b>y'</b>		-	<b>0</b>	+	
<b>y</b>	$+\infty$	↘		↗	$+\infty$
			-4		
			CT		

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ , giá trị cực tiểu của hàm số là  $y(0) = -4$ .

**Ví dụ 5.** Tìm cực trị của hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2$

**Giải:**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R}$

$$y' = x^3 - 4x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y(0) = 2 \\ x = \pm 2, y(\pm 2) = -2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

<b>x</b>	$-\infty$		<b>-2</b>		<b>0</b>		<b>2</b>		$+\infty$
<b>y'</b>		-	<b>0</b>	+	<b>0</b>	-	<b>0</b>	+	
<b>y</b>	$+\infty$	↘		↗	↘	↗	↘	↗	$+\infty$
			-2		2		-2		
			CT		CD		CT		

Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$ , giá trị cực đại của hàm số là  $y(0) = 2$ .

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -2, x = 2$ , giá trị cực tiểu của hàm số là  $y = -2$ .

**Ví dụ 6.** Tìm cực trị của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

**Giải:**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \quad \forall x \in D$$

Bảng biến thiên:

<b>x</b>	$-\infty$		<b>-1</b>		$+\infty$
<b>y'</b>		+		+	
<b>y</b>			$+\infty$		2

Hàm số không có cực trị.

**Ví dụ 7.** Tìm cực trị của hàm số  $y = \frac{x^2}{1-x}$

**Lời giải.**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có:  $y' = \frac{-x^2 + 2x}{(1-x)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y = 0 \\ x = 2, y = -4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

<b>x</b>	$-\infty$	<b>0</b>		<b>1</b>		<b>2</b>		$+\infty$
<b>y'</b>		-	0	+		+	0	-
<b>y</b>	$+\infty$			$+\infty$			<b>CD</b> -4	

Hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$ , giá trị cực đại của hàm số là  $y(2) = -4$ .

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ , giá trị cực tiểu của hàm số là  $y(0) = 0$ .

## DẠNG 2: TÌM m ĐỂ HÀM SỐ ĐẠT CỰC TRỊ TẠI $x_0$ ( DƯA VÀO QUY TẮC 2)

**Ví dụ 1.** Tìm các giá trị của m để hàm số  $y = -x^3 + (m+3)x^2 - (m^2 + 2m)x - 2$  đạt cực đại tại  $x = 2$ .

**Giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = -3x^2 + 2(m+3)x - (m^2 + 2m); y'' = -6x + 2(m+3).$$

$$\text{Hàm số đã cho đạt cực đại tại } x=2 \Rightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3(2)^2 + 4(m+3) - m^2 - 2m = 0 \\ -12 + 2m + 6 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3(2)^2 + 4(m+3) - m^2 - 2m = 0 \\ -12 + 2m + 6 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m = 0 \\ m < 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m = 0 \\ m < 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 (n) \text{ hoặc } m = 2(n) \\ m < 3 \end{cases}$$

Vậy giá trị m cần tìm là  $m = 0, m = 2$ .

**Ví dụ 2.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 - 1)x + 2$ , m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x = 2$ .

**Giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Tính } y' = 3x^2 - 6mx + m^2 - 1; y'' = 6x - 6m.$$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x = 2$

$$\Rightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 12m + 11 = 0 \\ 12 - 6m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 (n) \text{ hoặc } m = 11 (l) \\ m < 2 \end{cases}$$

Vậy  $m = 1$

**Ví dụ 3.** Tìm giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{m+1}{3}x^3 + (m+2)x^2 + mx + 2$  có 2 cực trị.

**Giải**

Ta có  $y' = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m$

Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị khi  $y' = 0$  có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ (m+2)^2 - m(m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m > \frac{-4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} m \neq -1 \\ m > \frac{-4}{3} \end{cases}$$

**Ví dụ 4.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = -2x^4 + (3m-6)x^2 + 3m-5$  có 3 điểm cực trị.

**Giải**

Hàm số đã cho có 3 cực trị  $\Leftrightarrow -2(3m-6) < 0 \Leftrightarrow -6m+12 < 0 \Leftrightarrow m > 2$

**Ví dụ 5.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = -2x^4 + (3m-6)x^2 + 3m-5$  có 1 điểm cực trị.

**Giải**

Hàm số đã cho có 1 cực trị  $\Leftrightarrow -2(3m-6) \geq 0 \Leftrightarrow -6m+12 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$



## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$	↗ 3		↘ -2		↗ $+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$ .      B. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 3$ .  
 C. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 4$ .      D. Hàm số đạt cực đại tại  $x = -2$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$ , mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .      B. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 1$ ;  
 C. Hàm số luôn luôn đồng biến;      D. Hàm số luôn luôn nghịch biến.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$ . Hàm số có

- A. một cực tiểu và một cực đại      B. một cực đại và không có cực tiểu  
 C. một cực tiểu và hai cực đại      D. một cực đại và hai cực tiểu

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$ . Hàm số có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$ . Tích  $x_1 \cdot x_2$  bằng

- A. -4      B. -5      C. -1      D. -2

**Câu 5.** Điểm cực đại của hàm số:  $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$  là  $x =$

- A.  $\pm\sqrt{2}$       B.  $\sqrt{2}$       C.  $-\sqrt{2}$       D. 0

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
**Câu 6.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$  và đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .
  - B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$  và đạt cực đại tại  $x = 0$ .
  - C. Hàm số đạt cực đại tại  $x = -2$  và cực tiểu tại  $x = 0$ .
  - D. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$  và cực tiểu tại  $x = -2$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có ba điểm cực trị.
  - B. Hàm số chỉ có đúng 2 điểm cực trị.
  - C. Hàm số không có cực trị.
  - D. Hàm số chỉ có đúng một điểm cực trị.
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = x^3 + 17x^2 - 24x + 8$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

- A.  $x_{CD} = 1$ .
  - B.  $x_{CD} = \frac{2}{3}$ .
  - C.  $x_{CD} = -3$ .
  - D.  $x_{CD} = -12$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = 3x^4 - 6x^2 + 1$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

- A.  $y_{CD} = -2$ .
  - B.  $y_{CD} = 1$ .
  - C.  $y_{CD} = -1$ .
  - D.  $y_{CD} = 2$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

.....  
**Câu 10.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 6x$ . Hàm số đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $S = x_1^2 + x_2^2$  bằng:

- A. -10.      B. -8.      C. 10.      D. 8.
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 11.** Hàm số bậc ba có thể có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0 hoặc 1 hoặc 2.      B. 1 hoặc 2.      C. 0 hoặc 2.      D. 0 hoặc 1.
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 12.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- A.  $y = 2x + \frac{2}{x+1}$ .      B.  $y = x^3 + 3x^2$ .      C.  $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ .      D.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 13.** Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị :

- A.  $y = 2x^4 + 4x^2 + 1$       B.  $y = x^4 + 2x^2 - 1$       C.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$       D.  $y = -x^4 - 2x^2 - 1$
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 14.** Điểm cực tiểu của hàm số  $y = -x^3 + 3x + 4$  là:

- A.  $x = -1$ .    B.  $x = 1$ .    C.  $x = -3$ .    D.  $x = 3$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 15.** Hàm số nào sau đây có cực trị?

- A.  $y = x^3 + 1$ .    B.  $y = x^4 + 3x^2 + 2$ .    C.  $y = 3x + 4$ .    D.  $y = \frac{2x - 1}{3x + 2}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 16.** Đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 5$  có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 1.    B. 0.    C. 2.    D. 3.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 17.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - mx^2 + (2m - 3)x - 3$  đạt cực đại tại  $x = 1$ .

- A.  $m = 3$ .    B.  $m > 3$ .    C.  $m \leq 3$ .    D.  $m < 3$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 18.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{4x+7}$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 0.

**Câu 19.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$  có tọa độ điểm cực tiểu là:

- A. (3;1).                      B. (-1;-1).                      C.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{85}{27}\right)$ .                      D. (1;3).

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 20.** Hàm số  $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 2m + 3$  có đúng 1 điểm cực trị thì giá trị của  $m$  là:

- A.  $m \geq 2$ .                      B.  $m < 2$ .                      C.  $m > 2$ .                      D.  $m = 2$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 21.** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$ . Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $x_1, x_2$ .

Khi đó, tích số  $x_1x_2$  có giá trị là:

- A. 5.                      B. -5.                      C. -4.                      D. 4.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 22.** Cho hàm số  $y = 3x^4 - 4x^3 + 2$ . Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. Hàm số không có cực trị.                      B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .  
C. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 1$ .                      D. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 23.** Hàm số  $y = -4x^3 - 6x^2 - 3x + 2$  có mấy điểm cực trị?

C. 1.            B. 2.            C. 0.            D. 3.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 24.** Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$  đạt cực tiểu tại  $x = 2$  khi?

A.  $m > 0$ .            B.  $m \neq 0$ .            C.  $m = 0$ .            D.  $m < 0$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 25.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$  có tọa độ điểm cực đại là:

A. (3;0).            B. (1;3).            C. (1;4).            D. (3;1).

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = (m-1)x^3 - 3x^2 - (m+1)x + 3m^2 - m + 2$ . Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì:

A.  $m = 1$ .            B.  $m \neq 1$ .            C.  $m > 1$ .            D.  $m$  tùy ý.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 27.** Khẳng định nào là đúng trong các khẳng định sau:

A. Hàm số trùng phương có thể có 2 điểm cực trị.            B. Hàm số bậc 3 có thể có 3 cực trị.  
C. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.            D. Hàm phân thức luôn có cực trị.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 28.** Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 5$  là:

- A. 5.            B. 4.            C. 0.            D. 1.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 29.** Cho hàm số  $y = -3x^4 + 4x^2 - 2017$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.    B. Hàm số không có cực trị.  
C. Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.    D. Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 30.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- A.  $y = x^3 + 3x^2$ .    B.  $y = x^3 - x$ .    C.  $y = x^4 - 3x^2 + 2$ .    D.  $y = x^3$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 4x - 7$ . Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $x_1, x_2$ . Khi đó, giá trị của tổng  $x_1 + x_2$  là:

- A. -6.    B. -4.    C. 6.    D. 4.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 32.** Hiệu số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  là:

- A. -4.    B. -2.    C. 2.    A. 4.

.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....  
.....  
**Câu 33.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Nếu đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là gốc tọa độ và điểm  $A(-1; -1)$  thì hàm số có phương trình là:

- A.  $y = 2x^3 - 3x^2$ .    B.  $y = -2x^3 - 3x^2$ .    C.  $y = x^3 + 3x^2 + 3x$ .    D.  $y = x^3 - 3x - 1$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 34.** Hàm số nào dưới đây có cực trị?

- A.  $y = x^4 + 1$ .    B.  $y = x^3 + x^2 + 2x - 1$ .  
C.  $y = 2x - 1$ .    D.  $y = \frac{x+1}{2x-1}$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 35.** Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx$  đạt cực tiểu tại  $x = 2$  khi :

- A.  $m > 0$     B.  $m < 0$     C.  $m = 0$     D.  $m \neq 0$
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 36.** Điều kiện để hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có 3 điểm cực trị là:

- A.  $ab < 0$ .    B.  $ab > 0$ .    C.  $b = 0$ .    D.  $c = 0$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



**Câu 37.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (4m-1)x - 3$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi  $m < \frac{1}{2}$ .    B. Với mọi  $m$ , hàm số luôn có cực trị.  
C. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi  $m \neq \frac{1}{2}$ .    D. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi  $m > 1$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 38.** Hàm số  $y = -x^4 + 4x^2 + 3$  có giá trị cực đại là:

- A. 2.            B. 3.            C. 0.            D. 7.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 38.** Biết đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$  có điểm cực trị là  $A(1;3)$ . Khi đó giá trị của  $4a - b$  là:

- A. 1.            B. 2.            C. 3.            D. 4.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$ . Gọi  $a, b$  lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đó. Giá trị của  $2a^2 + b$  là:

- A. -8.            B. -2.            C. 2.            D. 4.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 40.** Cho hàm số  $y = x^4 - 5x^2 + 3$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2, x_3$ . Khi đó, giá trị của tích  $x_1x_2x_3$  là:

- A. 0.            B. 5.            C. 1.            D. 3.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
**Câu 41.** Hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  đạt cực đại tại  $x$  bằng :

- A. 2.            B. 1.            C. 0.            D. -1.
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 42.** Tìm giá trị cực đại  $y_{CD}$  của hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 - 5$

- A. -4.            B. -5.            C. -2.            D. -6.
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 43.** Hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x - 1$  có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A.1.            B. 0.            C.2.            D. 3.
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 44.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ . Khẳng định nào sau đây đúng :

- A. Hàm số có cực đại, cực tiểu.            B. Hàm số không có cực trị.  
C. Hàm số có cực đại, không có cực tiểu.            D. Hàm số có cực tiểu không có cực đại.
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 45.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = x^3 + mx^2 + (m^2 + m - 21)x + 3$  đạt cực tiểu tại  $x = 1$

A.  $m=9$  hoặc  $m=-2$  ;      B.  $m=3$  ;      C.  $m=3$  hoặc  $m=-6$ ;      D.  $m=-3$

**Câu 46.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2mx + 2}{x - m}$  đạt cực đại tại  $x = 2$  khi :

A. Không tồn tại  $m$       B.  $m = -1$       C.  $m = 1$       D.  $m \neq \pm 1$

**Câu 47.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
$y'$	-		+ 0 -		
$y$	↘ ↗		↘ ↗		↗

Khi đó hàm số đã cho có :

- A. Một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.
- B. Một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.
- C. 1 điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.
- D. 2 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu.

**Câu 48.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = mx^4 - (m+1)x^2 + 2m - 1$  có 3 điểm cực trị ?

- A.  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$  .      B.  $m < -1$ .      C.  $-1 < m < 0$ .      D.  $m > -1$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
**Câu 49.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + (m+3)x - 1$  không có cực trị?

- A.  $m \geq -\frac{8}{3}$ .    B.  $m > -\frac{5}{3}$ .    C.  $m \geq -\frac{5}{3}$ .    D.  $m \leq -\frac{8}{3}$ .
- .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Câu 50.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+1)x - 1$  đạt cực đại tại  $x = -2$  ?

- A. Không tồn tại  $m$ .    B.  $-1$ .    C.  $2$ .    D.  $3$ .
- .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Câu 51.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên .

$x$	$-\infty$		$1$		$3$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$				$1$		$-\infty$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1;3)$ .    B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 3$ .  
 C. Hàm số có giá trị cực tiểu là  $-\frac{1}{3}$ .    D. Hàm số không có cực trị.

**Câu 52.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số:  $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m+6)x + m$  có cực đại và cực tiểu .

- A.  $-2 < m < 3$  . B.  $\begin{cases} m < -2 \\ m > 3 \end{cases}$  . C.  $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 3 \end{cases}$  . D.  $-2 \leq m \leq 3$  .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 53.** Tìm tất các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 6$  có 2 cực trị ?

- A.  $m \in (-3;1) \setminus \{-2\}$  . B.  $m \in (-3;1)$  .  
C.  $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$  . D.  $m \in [-3;1]$  .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 54.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 + (m^2 - m + 2)x^2 + (3m^2 + 1)x \text{ đạt cực tiểu tại } x = -2.$$

- A.  $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$  . B.  $m = 3$  . C.  $m = 1$  . D.  $\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$  .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 55.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = mx^4 + (m-1)x^2 + m$  chỉ có đúng một cực trị.

- A.  $0 < m \leq 1$  .. B.  $\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$  . C.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$  D.  $0 \leq m \leq 1$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 56.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = mx^4 + (m^2 - 4m + 3)x^2 + 2m - 1$  có ba điểm cực trị.

- A.  $m \in (-\infty; 0)$  . B.  $m \in (0; 1) \cup (3; +\infty)$  .  
 C.  $m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3)$  . D.  $m \in (1; 3)$  .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 57.** Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x$  là:

- A.  $4\sqrt{5}$  . B. 2. C.  $2\sqrt{5}$  . D. 4.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 58.** Giá trị của  $m$  để hàm số  $y = -x^3 - 2x^2 + mx$  đạt cực tiểu tại  $x = -1$  là .

- A.  $m = -1$  B.  $m \neq -1$  C.  $m > -1$  D.  $m < -1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 59.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - 3$  có cực trị.

- A.  $m \neq 1$ .      B.  $\forall m$ .      C.  $m \leq 1$ .      D.  $m \geq 1$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 60.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$  có 3 điểm cực trị.

- A.  $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{cases}$  .      B.  $m < -3$  .      C.  $0 < m \leq 3$ .      D.  $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m \leq -3 \end{cases}$  .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....