

# KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

## I. SƠ ĐỒ KHẢO SÁT HÀM SỐ

**B1.** Tìm tập xác định của hàm số.

**B2.** Tính  $f'(x)$ . Tìm các điểm tại đó  $f'(x)$  bằng 0 hoặc  $f'(x)$  không xác định.

**B3.** Lập bảng biến thiên.

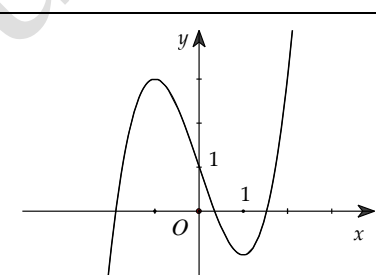
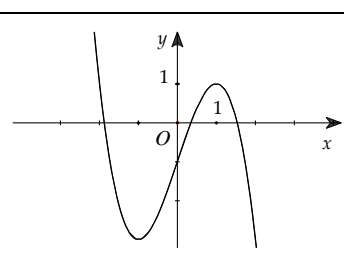
**B4.** Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị, khoảng đơn điệu, tiệm cận ( nếu có).

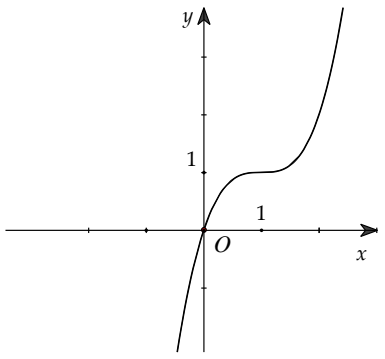
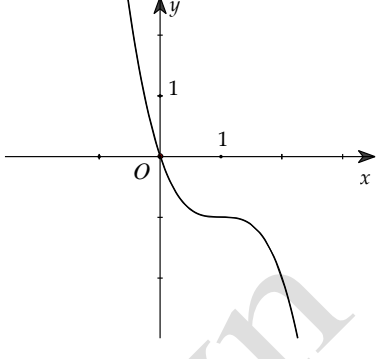
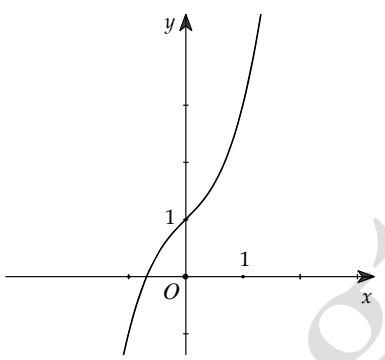
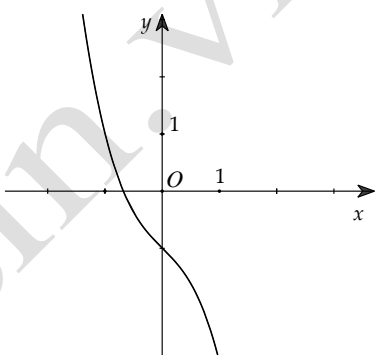
**B5.** Từ bảng biến thiên và các giá trị trên bảng ta vẽ đồ thị.

## II. ĐỒ THỊ CỦA MỘT SỐ HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

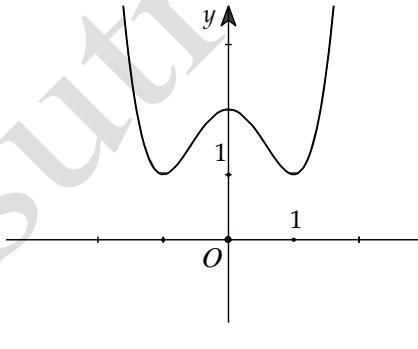
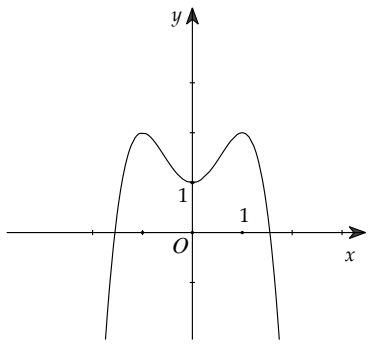
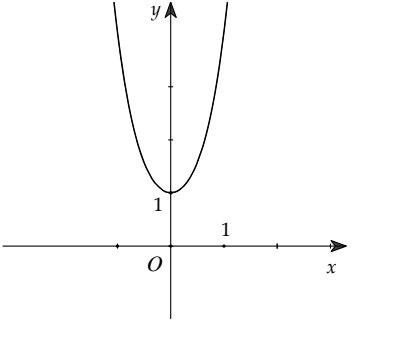
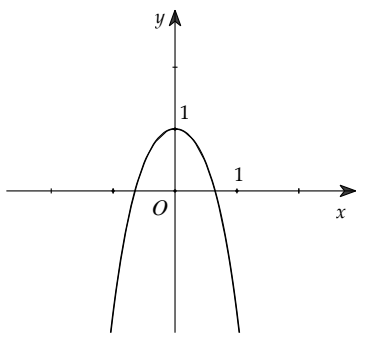
1. Hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ )

1. Hàm số bậc ba

| TRƯỜNG HỢP                                  | $a > 0$   | $a < 0$   |
|---|---|---|
| Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt |  |  |

|   |   |   |
|---|---|---|
| <p>Phương trình <math>y' = 0</math> có nghiệm kép</p> |  |  |
| <p>Phương trình <math>y' = 0</math> vô nghiệm</p>     |  |  |

## 2. Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ( $a \neq 0$ )

| TRƯỜNG HỢP   | $a > 0$   | $a < 0$  |
|--|---|--|
| <p>Phương trình <math>y' = 0</math> có 3 nghiệm phân biệt (<math>ab &lt; 0</math>)</p> |  |  |
| <p>Phương trình <math>y' = 0</math> có 1 nghiệm. (<math>a, b \geq 0</math>)</p>        |  |  |

### 3. Hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ( $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ )

| $D = ad - bc > 0$ | $D = ad - bc < 0$ |
|-------------------|-------------------|
|                   |                   |

### III. MỘT SỐ VÍ DỤ

#### DẠNG 1: KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ CƠ BẢN

**Ví dụ 1.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$

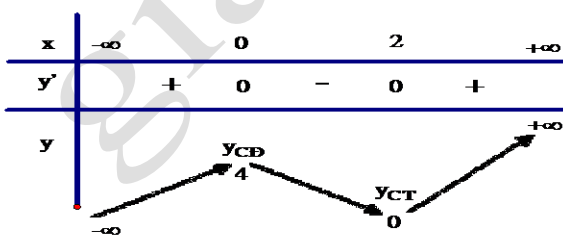
**Giải**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y(0) = 4 \\ x = 2, y(2) = 0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Hàm số đồng biến  $(-\infty ; 0)$ ,  $(2 ; +\infty)$ . Hàm số nghịch biến  $(0 ; 2)$ .

Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$ , giá trị cực đại của hàm số là  $y(0) = 4$ .

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$ , giá trị cực tiểu của hàm số là  $y(2) = 0$ .

Hàm số không có tiệm cận.

Đồ thị ( học sinh tự vẽ theo hướng dẫn của giáo viên ).

**Ví dụ 2.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

**Giải**

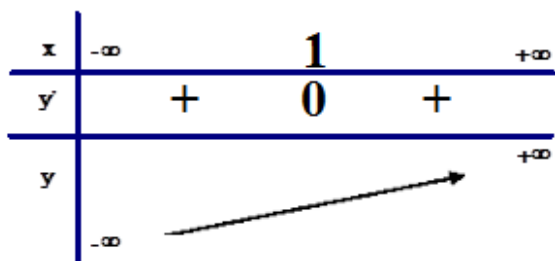
Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 6x + 3$$

$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Ta có bảng biến thiên

|           |           |          |           |
|-----------|-----------|----------|-----------|
| <b>x</b>  | $-\infty$ | <b>1</b> | $+\infty$ |
| <b>y'</b> | +         | <b>0</b> | +         |
| <b>y</b>  |           |          |           |



Hàm số đồng biến  $(-\infty ; +\infty)$ .

Hàm số không có cực trị.

Hàm số không có tiệm cận.

Đồ thị ( học sinh tự vẽ theo hướng dẫn giáo viên ).

**Ví dụ 3.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x - 1$

**Giải:**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } y' = x^2 + 2x + 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 0 \text{ (vn)}$$

Bảng biến thiên

|    |           |   |           |
|----|-----------|---|-----------|
| x  | $-\infty$ |   | $+\infty$ |
| y' |           | - |           |
| y  | $-\infty$ |   | $+\infty$ |

Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số không có cực trị.

Hàm số không có tiệm cận.

Đồ thị ( học sinh tự vẽ theo hướng dẫn giáo viên ).

**Ví dụ 4.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = x^4 + 2x^2 - 4$

**Giải:**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = 4x^3 + 4x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0, y(0) = -4$$

Bảng biến thiên

|    |           |   |   |   |           |
|----|-----------|---|---|---|-----------|
| x  | $-\infty$ |   | 0 |   | $+\infty$ |
| y' |           | - | 0 | + |           |
| y  | $+\infty$ |   |   |   | $+\infty$ |

Hàm số đồng biến  $(0; +\infty)$ .

Hàm số nghịch biến  $(-\infty; 0)$ .

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ , giá trị cực tiểu của hàm số là  $y(0) = -4$ .

Hàm số không có tiệm cận

Đồ thị ( học sinh tự vẽ theo hướng dẫn giáo viên ).

**Ví dụ 5.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2$

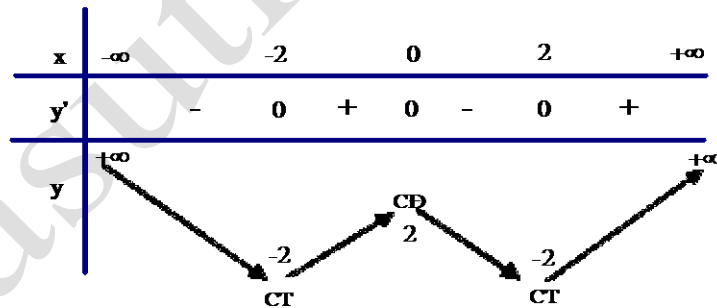
**Giải:**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R}$

$$y' = x^3 - 4x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 4x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y(0) = 2 \\ x = \pm 2, y(\pm 2) = -2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên



Hàm số đồng biến  $(-2; 0), (2; +\infty)$

Hàm số nghịch biến  $(-\infty; -2), (0; 2)$

Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$ , giá trị cực đại của hàm số là  $y(0) = 2$ .

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -2, x = 2$ , giá trị cực tiểu của hàm số là  $y = -2$ .

Hàm số không có tiệm cận

Đồ thị ( học sinh tự vẽ theo hướng dẫn giáo viên ).

**Ví dụ 6.** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

**Giải:**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Ta có:  $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \forall x \in D$

Bảng biến thiên:

|      |           |   |           |   |           |
|------|-----------|---|-----------|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | $-1$      |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | + |           | + |           |
| $y$  |           |   | $+\infty$ |   | $2$       |

Hàm số đồng biến  $(-\infty ; -1)$ ,  $(-1 ; +\infty)$

Hàm số không có cực trị.

Tiệm cận đứng:  $x = -1$

Tiệm cận ngang:  $y = 2$

Đồ thị ( học sinh tự vẽ theo hướng dẫn giáo viên ).

## DẠNG 2: SỰ TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ VÀ BIỆN LUẬN THEO M SỐ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH.

**Ví dụ 1.** Tìm số giao điểm của đồ thị (C):  $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$  và đường thẳng d:  $y = 1$

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**Giải**

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (C):

$$x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy có ba giao điểm A(0;1), B(1;1), C(2; 1).

Chọn D.

**Ví dụ 2.** Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị (C)  $y = \frac{2x+1}{2x-1}$  và đường thẳng d:  $y = x + 2$

**Giải**

Điều kiện:  $x \neq 1/2$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d:

$$\frac{2x+1}{2x-1} = x + 2$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = (2x - 1).(x + 2)$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = 2x^2 + 4x - x - 2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \\ x = 1 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là  $(-3/2; 1/2)$  và  $(1; 3)$ .

Chọn B.

**Ví dụ 3.** Tìm  $m$  để phương trình  $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0$  có bốn nghiệm phân biệt.

A.  $1 < m < 2$     B.  $2 < m < 4$

C.  $2 < m < 3$     D.  $3 < m < 4$

**Giải**

Ta có:  $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 3 = m$  (1)

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị (C):  $y = x^4 - 2x^2 + 3$  và đường thẳng d:  $y = m$ .

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của (C) và d.

Khảo sát và vẽ bảng biến thiên của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Đạo hàm:  $y' = 4x^3 - 4x$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

|      |           |     |      |     |     |     |     |     |           |
|------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $0$ |     | $1$ |     | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $-$ | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |           |
| $y$  | $+\infty$ |     | $2$  |     | $3$ |     | $2$ |     | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (1) có bốn nghiệm phân biệt khi  $2 < m < 3$ .

Vậy  $2 < m < 3$  thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn C.

**Ví dụ 4.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  có đồ thị là (C). Tìm m để đường thẳng d:  $y = -x + m$  cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

**Giải**

Điều kiện:  $x \neq 1$ .

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x-1}{x-1} = -x + m$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = (-x + m)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (m-1)x + m-1 = 0 \quad (1)$$

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi (1) có hai nghiệm phân biệt và khác 1

$$\begin{cases} \Delta = [-(m-1)]^2 - 4(m-1) > 0 \\ 1 - (m-1) \cdot 1 + m - 1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$$

Vậy giá trị m cần tìm là  $m \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$  có đồ thị (C). Đường thẳng  $y = 3$  cắt (C) tại mấy điểm?

- A. 1  
B. 3  
C. 2  
D. 0

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-3}$  có đồ thị (C). Tọa độ giao điểm M của (C) và đường thẳng  $y = 3$  là điểm?

- A.  $M(10;3)$   
B.  $M\left(-\frac{1}{2};0\right)$   
C.  $M\left(1;-\frac{3}{2}\right)$   
D.  $M(4;3)$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = -x^4 + x^2$  (C) có số giao điểm với trục hoành là :

A. 2

B. 1

C. 3

D. 4

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = x^3 + x^2 - 1$  có đồ thị (C). Tọa độ giao điểm H của (C) và đường thẳng  $d : y = -x + 2$  là :

A.  $H(1;1)$

C.  $H(1;4)$

B.  $H(-1;3)$

D.  $H(2;1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 5.** Hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  (c) hàm số  $y = m$  (d) tìm m sao cho (c) và (d) cắt nhau tại ba điểm.

- A.  $1 < m < 4$
- B.  $0 < m < 4$
- C.  $0 \leq m < 7$

$0 > m > -4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+2}$  có đồ thị (C) và đường thẳng d:  $y = x + m$ . Với những giá trị nào của tham số m thì d cắt (C) tại hai điểm phân biệt?

- A.  $m < 2$
- B.  $m > 6$
- C.  $2 < m < 6$
- D.  $m < 2$  hoặc  $m > 6$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = (x - 2)(x^2 + mx + m^2 - 3)$  có đồ thị (C). Với những giá trị nào của tham số  $m$  thì (C) cắt trục  $Ox$  tại ba điểm phân biệt?

- A.  $-2 < m < 2$
- B.  $-2 < m < -1$
- C.  $-1 < m < 2$
- D.  $-2 < m < 2$  và  $m \neq -1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = x^4 - 5x^2 + 4$  có đồ thị (C). Với những giá trị nào của tham số  $m$  thì (C) cắt đường thẳng  $d: y = m$  tại bốn điểm phân biệt?

- A.  $m > -9/4$ .      B.  $-9/4 < m < 4$ .      C.  $m < -9/4$ .      D.  $-4 < m < -9/4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

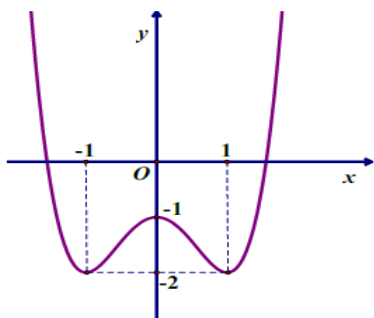
.....

.....

.....

.....

**Câu 9. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0;1)$ .                      B.  $(-\infty;-1)$  .                      C.  $(-1;1)$ .                      D.  $(-1;0)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

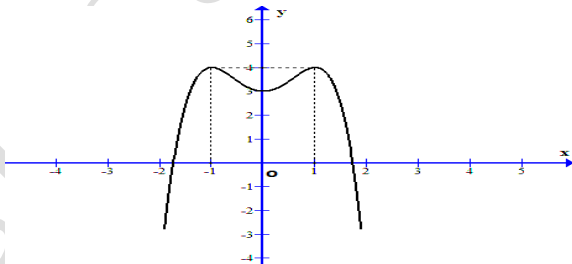
.....

.....

.....

.....

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số nghịch biến trên



khoảng nào?

- A.  $(-\infty,-1)$  và  $(1,+\infty)$ .                      B.  $(-\infty,4)$ .                      C.  $(-1,0)$  và  $(1,+\infty)$ .                      D.  $(-1,1)$ .

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào ?

|      |           |    |   |    |   |   |           |
|------|-----------|----|---|----|---|---|-----------|
| x    | $-\infty$ | -1 |   | 0  |   | 1 | $+\infty$ |
| $y'$ | -         | 0  | + | 0  | - | 0 | +         |
| y    | $+\infty$ |    |   | -4 |   |   | $+\infty$ |

$\swarrow$        $\nearrow$        $\swarrow$        $\nearrow$   
 -5                      -5

- A.  $y = x^4 - 2x^2 - 4$     B.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$  .    C.  $y = x^4 - 2x^2 - 5$     D.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .

Câu 12. (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017) Biết rằng đường thẳng  $y = -2x + 2$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 + x + 2$  tại điểm duy nhất có tọa độ  $x_0; y_0$  . Tìm  $y_0$  .

- A.  $y_0 = 4$  .      B.  $y_0 = 0$  .      C.  $y_0 = 2$  .      D.  $y_0 = -1$  .



.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
**Câu 13. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Cho hàm số  $y = x - 2x^2 + 1$  có đồ thị  $C$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.**  $C$  không cắt trục hoành.    **B.**  $C$  cắt trục hoành tại một điểm.  
**C.**  $C$  cắt trục hoành tại hai điểm.    **D.**  $C$  cắt trục hoành tại ba điểm.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
**Câu 14.** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^2 - 3x + 1$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

- A.**  $AB = 3$ .    **B.**  $AB = 2\sqrt{2}$ .    **C.**  $AB = 2$ .    **D.**  $AB = 1$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
**Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x - 1 - x^2 + mx + m$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

**A.**  $m \in 4; +\infty$  .

**B.**  $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ .

**C.**  $m \in 0; 4$  .

**D.**  $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup 4; +\infty$  .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 16.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  cắt đường thẳng  $y = m$  tại ba điểm phân biệt.

**A.**  $m \in -4; 0$  .

**B.**  $m \in 0; +\infty$  .

**C.**  $m \in -\infty; -4$  .

**D.**  $m \in -\infty; -4 \cup 0; +\infty$  .

.....  
.....  
.....

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
**Câu 17.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x^2 + 3m - 1 = 0$  có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

- A.  $\frac{1}{3} < m < \frac{5}{3}$ .    B.  $1 < m < \frac{5}{3}$ .    C.  $2 < m < \frac{7}{3}$ .    D.  $-2 < m < \frac{4}{3}$ .
- .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên .

|      |  |  |                |  |   |  |           |
|------|--|--|----------------|--|---|--|-----------|
| $x$  | $-\infty$  |  | 1              |  | 3 |  | $+\infty$ |
| $y'$ | <span style="margin-right: 20px;">-</span> <span style="margin-right: 20px;">0</span> <span style="margin-right: 20px;">+</span> <span style="margin-right: 20px;">0</span> <span style="margin-right: 20px;">-</span> |  |                |  |   |  |           |
| $y$  | $+\infty$  |  | $-\frac{1}{3}$ |  | 1 |  |           |

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1;3)$ .    B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x=3$ .  
 C. Hàm số có giá trị cực tiểu là  $-\frac{1}{3}$ .    D. Hàm số không có cực trị.

**Câu 19.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $2x^3 - 3x^2 = 2m + 1$  có đúng hai nghiệm phân biệt:

**A.**  $m = -\frac{1}{2}, m = -1.$

**B.**  $m = -\frac{1}{2}, m = -\frac{5}{2}.$

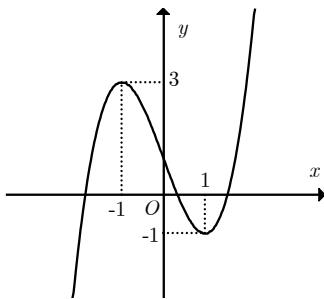
**C.**  $m = \frac{1}{2}, m = \frac{5}{2}.$

**D.**  $m = 1, m = -\frac{5}{2}.$

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) + m - 2018 = 0$  có duy nhất một nghiệm.

**A.**  $m = 2015, m = 2019.$       **B.**  $2015 < m < 2019.$

C.  $m < 2015, m > 2019$ . D.  $m \leq 2015, m \geq 2019$ .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

|  |  |
|--|--|
| <p><b>Câu 21.</b> Quan sát đồ thị hàm số <math>y = f(x)</math> ở hình bên và chọn mệnh đề sai?</p> |  |
|--|--|

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ . B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 3)$ .

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ . D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

.....

.....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 22.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - mx^2 + 4$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A.**  $m \neq 0$ .      **B.**  $m > 3$ .      **C.**  $m \neq 3$ .      **D.**  $m > 0$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 23.** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 2$  có đúng hai điểm chung với trục hoành.

- A.**  $m = \frac{1}{6}$ .      **B.**  $m = \sqrt[3]{2}$ .      **C.**  $m = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ .      **D.**  $m = \sqrt{3}$ .

.....  
 .....  
 .....  
**Câu 24. (THPT 2018)** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau  $y = f(x)$

|      |           |     |      |     |     |     |      |     |           |
|------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $0$ |     | $1$  |     | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $-$ | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $0$  | $+$ |           |
| $y$  | $+\infty$ |     | $-2$ |     | $3$ |     | $-2$ |     | $+\infty$ |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A.**  $(0;1)$ .                      **B.**  $(-\infty;0)$  .                      **C.**  $(1;+\infty)$ .                      **D.**  $(-1;0)$ .

.....  
 .....  
 .....  
**Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - 3mx + 2 = 0$  có một nghiệm duy nhất.

- A.**  $0 < m < 1$ .    **B.**  $m < 1$ .                      **C.**  $m \leq 0$ .                      **D.**  $m > 1$ .

**Câu 26.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên dưới:

|      |           |     |      |           |     |     |
|------|-----------|-----|------|-----------|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $2$  | $+\infty$ |     |     |
| $y'$ |           | $+$ | $0$  | $-$       | $0$ | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $0$ | $-4$ | $+\infty$ |     |     |

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên  $(0;2)$ .                      B. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty;2)$ .  
 C. Hàm số đồng biến trên  $(-4;+\infty)$ .                      D. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty;0)$ .

**Câu 27.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên:

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$      | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $+$       | $+$       |
| $y$  | $2$       | $+\infty$ | $2$       |



A.  $y = \frac{2x-3}{x-1}$ .

B.  $y = \frac{2x-3}{x+1}$ .

C.  $y = \frac{2x+3}{1-x}$ .

D.  $y = \frac{x+3}{x-2}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $R$  và có bảng biến thiên:

|    |           |    |                |                |           |   |
|----|-----------|----|----------------|----------------|-----------|---|
| x  | $-\infty$ | -1 | 1              | 2              | $+\infty$ |   |
| y' | +         | 0  | +              | -              | 0         | + |
| y  | $-\infty$ |    | $\frac{9}{20}$ | $-\frac{3}{5}$ | $+\infty$ |   |

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số có ba cực trị.
- B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng  $\frac{9}{20}$  và giá trị nhỏ nhất bằng  $-\frac{3}{5}$ .
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty;1)$ .
- D. Hàm số đạt cực đại tại  $x=2$  và đạt cực tiểu tại  $x=1$ .

.....

.....

.....

.....

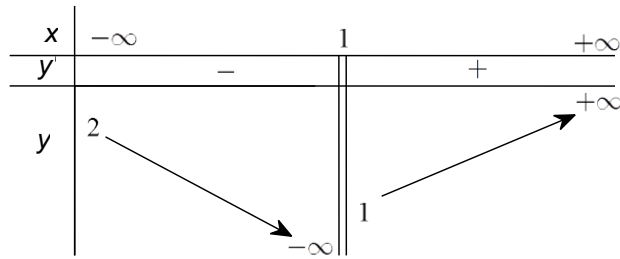
.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên sau:

|      |           |      |     |     |           |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $y'$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ |      |     |     | $0$       |     |     | $+\infty$ |

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) - 1 = m$  có đúng hai nghiệm.

- A.**  $-2 < m < -1$ . **B.**  $m > 0, m = -1$ . **C.**  $m = -2, m > -1$ . **D.**  $m = -2, m \geq -1$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
**Câu 30.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và liên tục trên từng khoảng xác định, có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt đường thẳng  $y = 2m - 1$  tại hai điểm phân biệt.

- A.**  $1 \leq m < \frac{3}{2}$ .    **B.**  $1 < m < 2$ .    **C.**  $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$ .    **D.**  $1 < m < \frac{3}{2}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

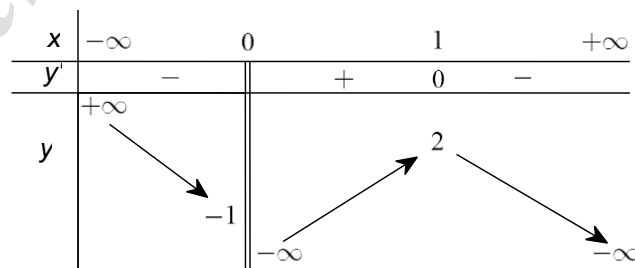
.....

.....

.....

.....

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho phương trình  $f(x) = m$  có đúng hai nghiệm.

- A.**  $m < 2$ .    **B.**  $m < -1, m = 2$ .    **C.**  $m \leq 2$ .    **D.**  $m \leq -1, m = 2$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

|      |           |  |      |  |     |  |           |
|------|-----------|--|------|--|-----|--|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |  | $0$  |  | $1$ |  | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       |  | $+$  |  | $0$ |  | $-$       |
| $y$  | $+\infty$ |  | $-1$ |  | $2$ |  | $-\infty$ |

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho phương trình  $f(x) = m$  có ba nghiệm phân biệt.

- A.**  $-1 \leq m \leq 2$ .    **B.**  $-1 < m < 2$ .    **C.**  $-1 < m \leq 2$ .    **D.**  $m \leq 2$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
**Câu 33.** Đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 2x^2$  có bao nhiêu điểm chung với trục hoành?

- A.** 0.    **B.** 2.    **C.** 3.    **D.** 4.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

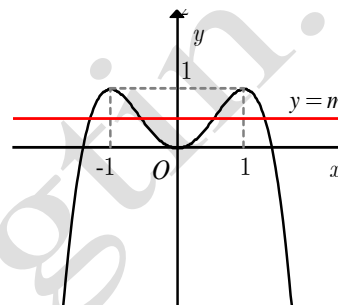
**Câu 34.** Với điều kiện nào của tham số  $k$  thì phương trình  $4x^2 - 1 - x^2 = 1 - k$  có bốn nghiệm phân biệt?

- A.**  $0 < k < 2$ .    **B.**  $k < 3$ .    **C.**  $-1 < k < 1$ .    **D.**  $0 < k < 1$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 35.** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $x^4 - 2x^2 + 2017 - m = 0$  có đúng ba nghiệm.

- A.**  $m = 2015$ .    **B.**  $m = 2016$ .    **C.**  $m = 2017$ .    **D.**  $m = 2018$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 36. (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017)** Cho hàm số  $y = -x^4 + 2x^2$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $-x^4 + 2x^2 = m$  có bốn nghiệm phân biệt.



- A.**  $0 \leq m \leq 1$ .      **B.**  $0 < m < 1$ .  
**C.**  $m < 1$ .              **D.**  $m > 0$ .

**Câu 37.** Tìm tọa độ giao điểm  $M$  của đồ thị hàm số  $y = \frac{x - 2018}{2x + 1}$  với trục tung.

- A.**  $M(0; 0)$  .      **B.**  $M(0; -2018)$  .      **C.**  $M(2018; 0)$  .      **D.**  $M(2018; -2018)$  .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
**Câu 38.** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x}$  và đồ thị hàm số  $y = x^2 + x + 1$  cắt nhau tại hai điểm. Kí hiệu  $x_1; y_1$ ,  $x_2; y_2$  là tọa độ của hai điểm đó. Tìm  $y_1 + y_2$ .

- A.**  $y_1 + y_2 = 4$ .    **B.**  $y_1 + y_2 = 6$ .    **C.**  $y_1 + y_2 = 0$ .    **D.**  $y_1 + y_2 = 2$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
**Câu 39.** Đường thẳng  $y = 2x + 2016$  và đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A.** 0.    **B.** 1.    **C.** 2.    **D.** 3.

.....  
.....  
**Câu 40.** Gọi  $M, N$  là giao điểm của đường thẳng  $d: y = x + 1$  và đồ thị  $C: y = \frac{2x + 4}{x - 1}$ . Tìm hoành độ trung điểm  $x_I$  của đoạn thẳng  $MN$ .

- A.**  $x_I = \frac{5}{2}$ .      **B.**  $x_I = 2$ .      **C.**  $x_I = 1$ .      **D.**  $x_I = -\frac{5}{2}$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 41.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = 2mx + m + 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x - 2}{2x + 1}$  tại hai điểm phân biệt.

- A.**  $m = 1$ .      **B.**  $m = 0$ .      **C.**  $m > 1$ .      **D.**  $m < 0$ .
- .....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

**Câu 42.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = x - 2m$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{x - 3}{x + 1}$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

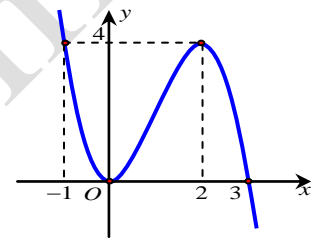
- A.**  $0 < m < 1$ .      **B.**  $m < -2, m > 5$ .      **C.**  $1 < m < \frac{3}{2}$ .      **D.**  $0 < m < \frac{1}{3}$ .



**Câu 43.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới đây:

Hãy chọn đáp án đúng:

- A. Hàm số nghịch biến trên  $(0; 2)$ .
- B. Hàm số đồng biến trên  $(-1; 0)$  và  $(2; 3)$ .
- C. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .
- D. Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .



**Câu 44.** Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

|    |           |           |           |
|----|-----------|-----------|-----------|
| x  | $-\infty$ | 2         | $+\infty$ |
| y' | -         |           | -         |
| y  | 1         | $+\infty$ | 1         |

$\rightarrow -\infty$ 
 $\rightarrow 1$

A.  $y = \frac{2x-1}{x-2}$

B.  $y = \frac{x-3}{x-2}$

C.  $y = \frac{x+3}{x-2}$

D.  $y = \frac{x+3}{2x+1}$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
**Câu 45.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $2$       | $+\infty$ |
| $y'$ | +         |           | +         |
| $y$  | $1$       | $-\infty$ | $1$       |

**A.**  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

**B.**  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ .

**C.**  $y = \frac{2x+5}{x+2}$ .

**D.**  $y = \frac{x-3}{x-2}$ .