



ĐƯỜNG TIỆM CẬN

1. ĐƯỜNG TIỆM CẬN NGANG

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a; +\infty)$, $(-\infty; b)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$). Đường thẳng $y = y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$

2. ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỨNG

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$$

Lưu ý: Với đồ thị hàm phân thức dạng $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0$; $ad - bc \neq 0$) luôn có tiệm cận

ngang là $y = \frac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

3. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{5x-3}{2x-2}$

Giải

ĐK: $x \neq 1$

Tiệm cận đứng

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{5x-3}{2x-2} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{5x-3}{2x-2} = -\infty$$

Nên $x = 1$ là tiệm cận đứng

Tiệm cận ngang

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x-3}{2x+1} = \frac{5}{2}, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-3}{2x+1} = \frac{5}{2}$$

Nên $y = \frac{5}{2}$ là tiệm cận ngang.

Ví dụ 2. Tìm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{5x^2 - 3x + 1}{x + 1}$

Giải

ĐK: $x \neq -1$

Tiệm cận đứng

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{5x^2 - 3x + 1}{x + 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{5x^2 - 3x + 1}{x + 1} = -\infty$$

Nên $x = -1$ là tiệm cận đứng

Tiệm cận ngang

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{x + 1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{x + 1} = -\infty$$

Nên hàm số không có tiệm cận ngang.

Ví dụ 3. Tìm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{5x^2 - 3x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

Giải

ĐK: $x \neq 1, x \neq 2$

Tiệm cận đứng

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{5(x-1)(x+\frac{2}{5})}{(x-1)(x-2)} = -7, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{5(x-1)(x+\frac{2}{5})}{(x-1)(x-2)} = -7$$

Nên $x = 1$ không phải là tiệm cận đứng

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5(x-1)(x + \frac{2}{5})}{(x-1)(x-2)} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5(x-1)(x + \frac{2}{5})}{(x-1)(x-2)} = -\infty$$

Nên $x = 2$ là tiệm cận đứng

Tiệm cận ngang

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 3x - 2}{x^2 - 3x + 2} = 5, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 3x - 2}{x^2 - 3x + 2} = 5$$

Nên $y = 5$ là tiệm cận ngang.

Ví dụ 4. Tìm tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{x-4}{x^2-3x+2}$

Giải

ĐK: $x \neq 1, x \neq 2$

Tiệm cận đứng

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-4}{x^2-3x+2} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-4}{x^2-3x+2} = -\infty$$

Nên $x = 1$ là tiệm cận đứng

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-4}{x^2-3x+2} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-4}{x^2-3x+2} = -\infty$$

Nên $x = 2$ là tiệm cận đứng

Tiệm cận ngang

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-4}{x^2-3x+2} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-4}{x^2-3x+2} = 0$$

Nên $y = 0$ là tiệm cận ngang.



ĐƯỜNG TIỆM CẬN

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2-x}$ có phương trình là

- A.** $y = -1.$ **B.** $y = 1.$ **C.** $y = \frac{1}{2}.$ **D.** $y = 2.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ lần lượt là

- A.** $x = 2; y = 1.$ **B.** $y = 2; x = 1.$ **C.** $x = 2; y = -1.$ **D.** $x = -2; y = 1.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$?

- A.** $y = -2.$ **B.** $y = 2.$ **C.** $x = 1.$ **D.** $x = -1.$

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....

Câu 4. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

A. $y = 2$.

B. $y = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 5. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$?

A. $y = -2$.

B. $x = -1$.

C. $y = 1$.

D. $x = 2$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6. Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

A. $y = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 2$.

D. $y = -1$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 7. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 0 **D.** 2

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu tiệm cận ?

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. *Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+2}{x-1}$.

- A.** $x = 1$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = 3$. **D.** $y = 1$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
Câu 11.* Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{10-x^2} - 2x - 1}{x^2 + 3x - 4}$.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
Câu 12.* Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2 - 3x - 4}$ là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
Câu 13.* Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2017\sqrt{5-x^2}}{x^2 - 5x + 6}$ bằng?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 14.* Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{2x - 3}$ là:
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 15. Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ là
A. $x = 2$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = -2$.

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$. Phát biểu nào sau đây đúng?
A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y = 3$ và $y = -3$.
B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x = 3$ và $x = -3$.
C. Đồ thị hàm số có duy nhất một đường tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $x = 3$ và $x = -3$.

.....
.....
.....

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	$+$	0	$-$
$f(x)$	2		3		1

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$ là

- A.** $y = -1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

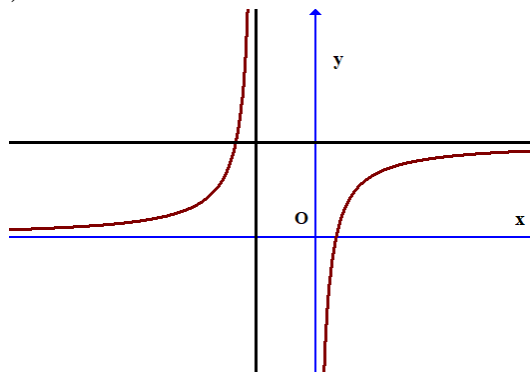
Câu 18. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3-x}$ là

- A.** $y = \frac{2}{3}$. **B.** $x = -2$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = 3$.

Câu 19. Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{x+2}$ là

- A.** $x = 0$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 3$. **D.** $y = 0$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 4. **B.** Không có tiệm cận. **C.** 2. **D.** 3.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ và $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$ và

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -2$ và $x = 1$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3-x}$ là

- A.** $y = \frac{2}{3}$. **B.** $x = -2$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = 3$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{3x+1}{x-3}$

B. $y = \frac{x+1}{3x-3}$

C. $y = \frac{2x+1}{3x-1}$

D. $y = \frac{-x+1}{3x-1}$

.....

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		-	+	0	-
$f(x)$	2			3	1

Đồ thị hàm số $f(x)$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0

.....

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$ và hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = \pm 2$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$, không có tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang, có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = \pm 2$.

.....

 ..

Câu 26. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4}{(x + 2)^2 (x + 3)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

.....

 ..

Câu 27. Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x + 2}{\sqrt{x - 3}}$ là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

.....

 ..

Câu 28. Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{x - 4}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có chu vi bằng

- A. 6. B. 12. C. 8. D. 16.

.....

 ..

.....

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{(m+2)x-3}{4-x}$ đi qua điểm $A(-1;2)$.

- A.** $m = -2$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -4$. **D.** $m = 2$.

.....

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		+ 0 -	
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

.....

Câu 31. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 32. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x^2-4x-12}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?
A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 33. Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+3}{x-2}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng
A. 3. B. 12. C. 8. D. 6.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{4x-5}{x-m}$ đi qua điểm $A(-3;1)$.
A. $m = -3$. B. $m = -4$. C. $m = 5$. D. $m = 4$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 35. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-2x-3}$ là:

A. 3 B. 1 C. 2 D. 4

.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x - 3}$. Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$
- B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$
- C. Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận
- D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x = -1; x = 3$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{2mx + m}{x - 1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

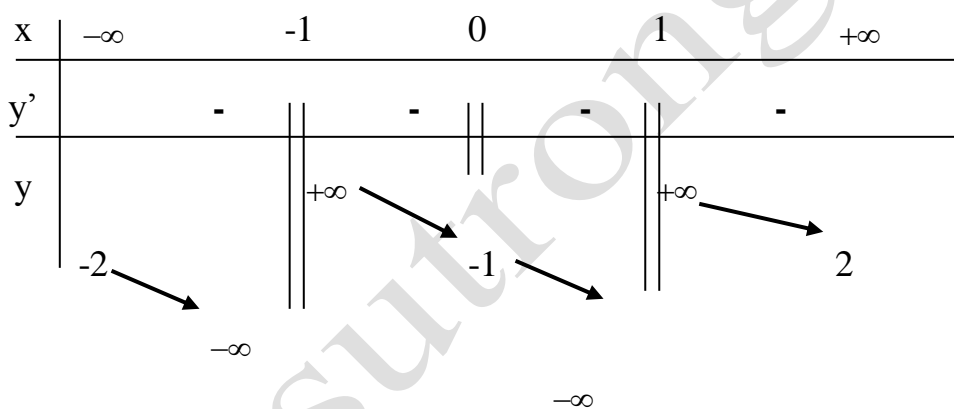
- A. $m = 2$
- B. $m = \pm \frac{1}{2}$
- C. $m = \pm 4$
- D. $m \neq \pm 2$

Câu 38. Đồ thị hàm số $y = \frac{2mx + m + 1}{x + 1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang khi và chỉ khi.

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \in (-\infty; 1)$. C. $m \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$. D. $m = 1$.

.....

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:



Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

- A. Hàm số không có đạo hàm tại điểm $x=0$
 B. Đồ thị hàm số có hai điểm tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -1$ và $x = 1$
 C. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = 0$.
 D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -2$ và $y = 2$.

.....

.....
.....
.....
.....

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx-1}$ (m : tham số). Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho có tiệm cận đứng

- A.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{0;1\}$ **B.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ **C.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ **D.** $\forall m \in \mathbb{R}$
-
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{4x}{x^2 - 2mx + 4}$ có 2 đường tiệm cận.

- A.** $m = 2$ **B.** $m = 2 \cup m = -2$ **C.** $m = -2$ **D.** $m < -2 \cup m > 2$
-
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 42. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 - 2mx + 9}, m \neq 0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số đã cho có đúng một đường tiệm cận đứng?

- A.** 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số giá trị thực của m

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x - 2}$. Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?
A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 44. Đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{|x| + 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 45. Cho hàm số $y = \frac{ax + 1}{bx - 2}$ (1). Xác định a và b để đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ làm tiệm cận ngang.

A. $a = 2; b = -2$ **B.** $a = -1; b = -2$ **C.** $a = 2; b = 2$ **D.** $a = 1; b = 2$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x) \neq g(x) \neq 0$, có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -1$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang
- B.** Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang
- C.** Đồ thị hàm số có thể có nhiều hơn một tiệm cận ngang.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 47. Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{x+2}$.

- A.** $x = -2$.
- B.** $y = -1$.
- C.** $y = 1$.
- D.** $x = 1$.

.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
Câu 48. Đường tiệm cận đứng của đồ thị (C): $y = \frac{mx-1}{2x+m}$ đi qua điểm $A(-1;0)$ khi nào ?

A. $m = 2$

B. $m = 0$

C. $m = -1$

D. $m = 1$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
Câu 49. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là

A. $x = -1$

B. $x = 1$

C. $x = 0$

D. $x = 2$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
Câu 50. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là

A. $y = -1$

B. $y = 1$

C. $y = 0$

D. $y = 2$

.....

.....

.....

.....

.....

giasutrongtin.vn