

PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG BẬC NHẤT

Dạng 1: $a.(\sin x \pm \cos x) + b.\sin x.\cos x + c = 0$

- Đặt: $t = \cos x \pm \sin x = \sqrt{2} \cdot \cos\left(x \mp \frac{\pi}{4}\right)$; $|t| \leq \sqrt{2}$.

$$\Rightarrow t^2 = 1 \pm 2 \sin x \cdot \cos x \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \pm \frac{1}{2}(t^2 - 1).$$

- Thay vào phương trình đã cho, ta được phương trình bậc hai theo t. Giải phương trình này tìm t thỏa $|t| \leq \sqrt{2}$. Suy ra x.

Lưu ý dấu:

- $\cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
- $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

Dạng 2: $a.|\sin x \pm \cos x| + b.\sin x.\cos x + c = 0$

- Đặt: $t = |\cos x \pm \sin x| = \sqrt{2} \cdot \left|\cos\left(x \mp \frac{\pi}{4}\right)\right|$; Đk: $0 \leq t \leq \sqrt{2}$.

$$\Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \pm \frac{1}{2}(t^2 - 1).$$

- Tương tự dạng trên. Khi tìm x cần lưu ý phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.

BÀI TẬP

Bài 1. Giải các phương trình:

1) $2 \sin 2x - 3\sqrt{3}(\sin x + \cos x) + 8 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$2) 2(\sin x + \cos x) + 3\sin 2x = 2$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$3) 3(\sin x + \cos x) + 2\sin 2x = -3$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$4) (1 - \sqrt{2})(1 + \sin x + \cos x) = \sin 2x$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$5) \sin x + \cos x - 4\sin x \cdot \cos x - 1 = 0$$

.....

.....

$$6) (1 + \sqrt{2})(\sin x + \cos x) - \sin 2x = 1 + \sqrt{2}$$

Bài 2. Giải các phương trình:

1) $\sin 2x - 4(\cos x - \sin x) = 4$

2) $5\sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0$

$$3) (1 - \sqrt{2})(1 + \sin x - \cos x) = \sin 2x$$

$$4) \cos x - \sin x + 3\sin 2x - 1 = 0$$

$$5) \sin 2x + \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$6) (\sin x - \cos x)^2 - (\sqrt{2} + 1)(\sin x - \cos x) + \sqrt{2} = 0$$

