

PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP BẬC HAI VỚI SIN VÀ COS
DẠNG: $a \sin^2 x + b \sin x \cdot \cos x + c \cos^2 x = d$ (1)

Cách 1:

TH1: Kiểm tra $\cos x = 0$ có thoả mãn hay không?

$$Lưu ý: \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin x = \pm 1.$$

TH2: Khi $\cos x \neq 0$, chia hai vế phương trình (1) cho $\cos^2 x \neq 0$ ta được:

$$a \cdot \tan^2 x + b \cdot \tan x + c = d(1 + \tan^2 x)$$

Đặt: $t = \tan x$, đưa về phương trình bậc hai theo t :

$$(a-d)t^2 + b.t + c - d = 0$$

Cách 2: Dùng công thức hạ bậc

$$(1) \Leftrightarrow a \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} + b \cdot \frac{\sin 2x}{2} + c \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} = d$$

$\Leftrightarrow b \sin 2x + (c-a) \cos 2x = 2d - a - c$ (đây là phương trình bậc nhất với $\sin 2x$ và $\cos 2x$)

BÀI TẬP

Bài 1. Giải các phương trình sau:

$$1) \quad 2\sin^2 x + (1 - \sqrt{3})\sin x \cdot \cos x - (1 - \sqrt{3})\cos^2 x = 1$$

• *Asbury*

$$2) \quad 3\sin^2 x + 8\sin x \cdot \cos x - 11\cos^2 x = 0$$

$$3) \quad 4\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin x \cos x - 2\cos^2 x = 4$$

$$4) \sin^2 x + \sin 2x - 2 \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

$$5) \quad 2\sin^2 x + (3 + \sqrt{3})\sin x \cdot \cos x + (\sqrt{3} - 1)\cos^2 x = -1$$

$$6) \quad 5\sin^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 2$$

$$7) \quad 3\sin^2 x + 8\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 0$$

$$8) (\sqrt{2}-1)\sin^2 x + \sin 2x + (\sqrt{2}-1)\cos^2 x = \sqrt{2}$$

$$9) (\sqrt{3}+1)\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x + (\sqrt{3}-1)\cos^2 x = 0$$

$$10) \quad 3\cos^4 x - 4\sin^2 x \cos^2 x + \sin^4 x = 0$$

$$11) \cos^2 x + 3\sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 1 = 0$$

$$12) 2\cos^2 x - 3\sin x \cos x + \sin^2 x = 0$$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

$$1) \sin^3 x + 2\sin^2 x \cos^2 x - 3\cos^3 x = 0$$

$$2) \sqrt{3} \sin x \cos x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

Bài 3. Tìm m để phương trình: $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + 2\cos^2 x = 1$ có nghiệm.

Bài 4. Tìm m để phương trình: $(3m-2)\sin^2 x - (5m-2)\sin 2x + 3(2m+1)\cos^2 x = 0$ vô nghiệm.