

S 4

HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LÔGARIT

I - HÀM SỐ MŨ

1. Định nghĩa :

Cho a là số thực dương, khác 1

Hàm số $y = a^x$ được gọi là **hàm số mũ** cơ số a .

2. Đạo hàm của hàm số mũ

$(a^x)' = a^x \ln a$ mở rộng với u là hợp $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$

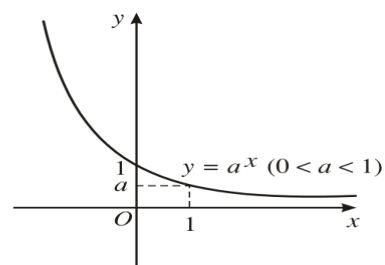
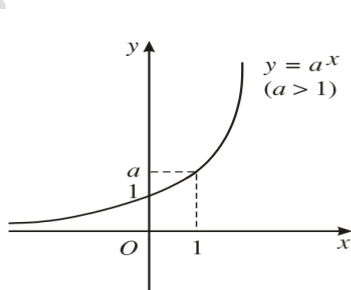
$(e^x)' = e^x$ mở rộng với u là hợp $(e^u)' = e^u \cdot u'$

3. Khảo sát hàm số mũ $y = a^x$

Bảng tóm tắt các tính chất của hàm số mũ $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)

Tập xác định	$(-\infty ; +\infty)$.
Đạo hàm	$y' = a^x \ln a$.
Chiều biến thiên	$a > 1$: hàm số luôn đồng biến ; $0 < a < 1$: hàm số luôn nghịch biến.
Tiệm cận	trục Ox là tiệm cận ngang.
Đồ thị	đi qua các điểm $(0 ; 1)$ và $(1 ; a)$, nằm phía trên trục hoành $(y = a^x > 0, \forall x \in \mathbb{R})$.

Đồ thị



II – HÀM SỐ LÔGARIT

1. Định nghĩa

Cho a là số thực dương, khác 1

Hàm số $y = \log_a x$ được gọi là **hàm số lôgarit** cơ số a

2. Đạo hàm của hàm số lôgarit $y = \log_a x$ (ĐK: $a > 0, a \neq 1, x > 0$)

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a} \text{ mở rộng với } u \text{ là hàm hợp } (\log_a u)' = \frac{1}{u \cdot \ln a} \cdot u'$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \text{ mở rộng với } u \text{ là hàm hợp } (\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$$

Chú ý:

+ Hàm số $y = \log x = \lg x = \log_{10} x$

+ Hàm số $y = \ln x = \log_e x$

3. Khảo sát hàm số mũ $y = \log_a x$

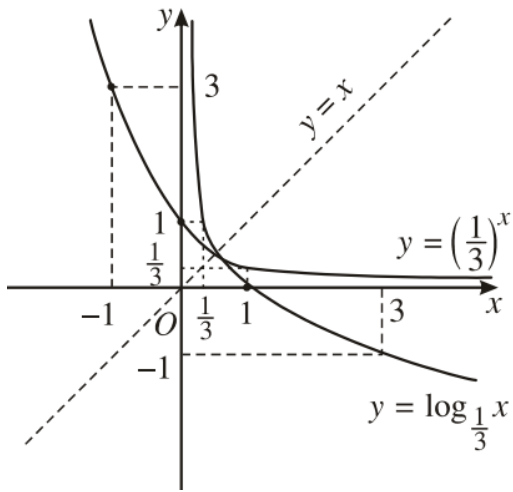
Bảng tóm tắt các tính chất của hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)

Tập xác định	$(0 ; +\infty)$.
Đạo hàm	$y' = \frac{1}{x \ln a}$.
Chiều biến thiên	$a > 1$: hàm số luôn đồng biến ; $0 < a < 1$: hàm số luôn nghịch biến.
Tiệm cận	trục Oy là tiệm cận đứng.
Đồ thị	đi qua các điểm $(1 ; 0)$ và $(a ; 1)$; nằm phía bên phải trục tung.

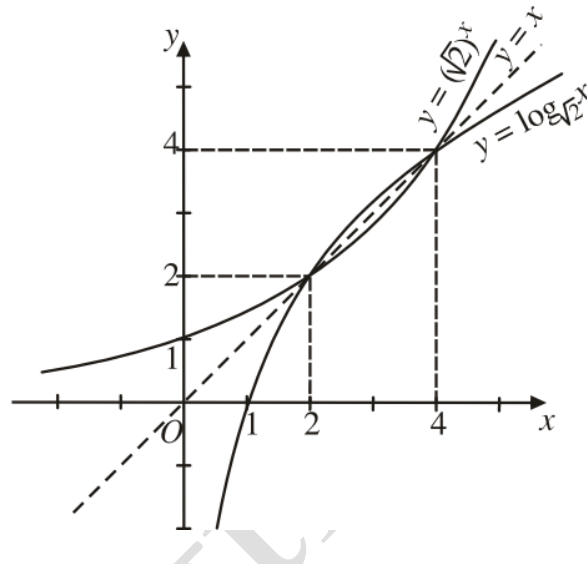
Chú ý: Đồ thị của các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

Tham khảo đồ thị của các hàm số

$$y = \log_{\frac{1}{3}} x, \quad y = \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad (\text{H.35});$$



$$y = \log_{\sqrt{2}} x, \quad (\text{H.36}).$$



Bảng đạo hàm của các hàm số lũy thừa, mũ, lôgarit

Hàm sơ cấp	Hàm hợp ($u = u(x)$)
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$	$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^u)' = e^u u'$
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$

Chú ý: $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ mở rộng $(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$

III – MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1: Các biểu thức sau biểu thức nào là hàm số mũ, hàm số lôgarit. Khi đó cho biết cơ số :

a) $y = 5^{\frac{x}{3}}$, b) $y = 4^{-x}$, c) $y = \pi^x$, d) $y = (\sqrt{x})^3$, e) $y = x^x$, f) $y = \log_3 x$, g) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$, h) $y = \log_x 5$

i) $y = \ln x$, j) $y = \log_x(2x+1)$.

Giải

a) $y = 5^{\frac{x}{3}} = (\sqrt[3]{5})^x$ Hàm số mũ cơ số $a = \sqrt[3]{5}$

b) $y = 4^{-x} = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ Hàm số mũ cơ số $a = 1/4$

c) $y = \pi^x$ Hàm số mũ cơ số $a = \pi$

d) $y = (\sqrt{x})^3$ Không phải hàm số mũ

e) $y = x^x$ Không phải hàm số mũ

f) $y = \log_3 x$ Hàm số lôgarit cơ số $a = 3$

g) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ Hàm số lôgarit cơ số $a = 1/4$

h) $y = \log_x 5$ Không phải hàm số lôgarit

i) $y = \ln x$ Hàm số lôgarit cơ số $a = e$

j) $y = \log_x(2x+1)$ Không phải hàm số lôgarit

Ví dụ 2: Tìm tập xác định của hàm số sau

a) $y = \log_2(3x-7)$

Giải

$$\text{ĐK: } 3x-7 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{7}{3} \quad \text{Vậy TXĐ: } D = \left(\frac{7}{3}, +\infty\right)$$

$$\text{b) } y = \log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 5x + 4)$$

Giải

$$\text{ĐK: } x^2 - 5x + 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 4 \end{cases} \quad \text{Vậy TXĐ: } D = (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$$

$$\text{c) } y = \log_{x-\frac{1}{2}}(x-1)$$

Giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-\frac{1}{2} > 0 \\ x-\frac{1}{2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x > \frac{1}{2} \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{Vậy TXĐ: } D = (1, +\infty) \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

Tương tự tìm tập xác định của các hàm số sau

$$\text{a) } y = \log_{\sqrt{2}}(-2x+8)$$

$$\text{b) } y = \log_3(x^2 + 3x - 4)$$

$$\text{c) } y = \log_{x-3}(x+2)$$

Ví dụ 3: Tính đạo hàm của hàm số

$$\text{a) } y = \log_3(x^2 + 1)$$

Giải

$$y' = (\log_3(x^2 + 1))' = \frac{(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1) \ln 3} = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 3}.$$

b) $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$

Giải

$$y' = \frac{(x + \sqrt{1 + x^2})'}{x + \sqrt{1 + x^2}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}}{x + \sqrt{1 + x^2}} = \frac{\frac{\sqrt{1 + x^2} + x}{\sqrt{1 + x^2}}}{x + \sqrt{1 + x^2}} = \frac{\sqrt{1 + x^2} + x}{\sqrt{1 + x^2}(\sqrt{1 + x^2} + x)} = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}.$$

Tương tự tính đạo hàm của hàm số

a) $y = \log_5(2x^3 + 5x^2 + 3)$

b) $y = \ln(x^2 + \sin x)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4: Tính đạo hàm của các hàm số sau

a) $y = 3x^2 - \ln(x^2) + 5 \sin x$

Giải

$$y' = 3.(x^2)' - \frac{(x^2)'}{x^2} + 5.(\sin x)' = 3.2x - \frac{2x}{x^2} + 5 \cos x = 6x - \frac{2}{x} + 5 \cos x$$

$$b) y = \frac{\log_3 x}{x}$$

Giải

$$y' = \frac{(\log_3 x)' \cdot x - (\log_3 x) \cdot (x)'}{x^2} = \frac{\frac{1}{x \cdot \ln 3} \cdot x - \log_3 x}{x^2} = \frac{\frac{1}{\ln 3} - \log_3 x}{x^2} = \frac{1 - \ln 3 \cdot \log_3 x}{x^2 \cdot \ln 3} = \frac{1 - \ln x}{x^2 \cdot \ln 3}$$

Tương tự tính đạo hàm của hàm số

$$a) y = x^3 - \ln(x^4) + 7 \cos x$$

$$b) y = x^2 \log_5 x$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

IV. BÀI TOÁN LÃI SUẤT NGÂN HÀNG (BÀI TOÁN THỰC TẾ)

4.1. Lãi đơn

4.1.1. Định nghĩa

Lãi đơn là số tiền lãi chỉ tính trên số tiền gốc mà không tính trên số tiền lãi do số tiền gốc sinh ra, tức là tiền lãi của kì hạn trước không được tính vào vốn để tính lãi cho kì hạn kế tiếp, cho dù đến kì hạn người gửi không đến rút tiền ra.

4.1.2. Công thức tính

Khách hàng gửi vào ngân hàng A đồng với lãi đơn $r\%$ /kì hạn thì số tiền khách hàng nhận được cả vốn lẫn lãi sau n kì hạn ($n \in \mathbb{N}^*$) là:

$$S_n = A + nAr = A(1 + nr)$$

Chú ý: trong tính toán các bài toán lãi suất và các bài toán liên quan, ta nhớ $r\%$ là $\frac{r}{100}$

4.2. Lãi kép

4.2.1. Định nghĩa

Lãi kép là tiền lãi của kì hạn trước nếu người gửi không rút ra thì được tính vào vốn để tính lãi cho kì hạn sau.

4.2.2. Công thức tính

Khách hàng gửi vào ngân hàng A đồng với lãi kép $r\%$ /kì hạn thì số tiền khách hàng nhận được cả vốn lẫn lãi sau n kì hạn ($n \in \mathbb{N}^*$) là:

$$\boxed{S_n = A(1+r)^n} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n}{A} \right)} \\ \boxed{r\% = \sqrt[n]{\frac{S_n}{A}} - 1} \\ \boxed{A = \frac{S_n}{(1+r)^n}} \end{cases}$$

4.3. Tiền gửi hàng tháng

4.3.1. Định nghĩa

Tiền gửi hàng tháng là mỗi tháng gửi đúng cùng một số tiền vào 1 thời gian cố định.

4.3.2. Công thức tính

Đầu mỗi tháng khách hàng gửi vào ngân hàng số tiền A đồng với lãi kép $r\%$ /tháng thì số tiền khách hàng nhận được cả vốn lẫn lãi sau n tháng ($n \in \mathbb{N}^*$) (nhận tiền cuối tháng, khi ngân hàng đã tính lãi) là S_n .

$$\boxed{S_n = \frac{A}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] (1+r)} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n \cdot r}{A(1+r)} + 1 \right)} \\ \boxed{A = \frac{S_n \cdot r}{(1+r) \left[(1+r)^n - 1 \right]}} \end{cases}$$

4.4. Gửi ngân hàng và rút tiền gửi hàng tháng

Công thức tính

Gửi ngân hàng số tiền là A đồng với lãi suất $r\%$ /tháng. Mỗi tháng vào ngày ngân hàng tính lãi, rút ra số tiền là X đồng. Tính số tiền còn lại sau n tháng là bao nhiêu?

$$\boxed{S_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r}} \Rightarrow \boxed{X = \left[A(1+r)^n - S_n \right] \frac{r}{(1+r)^n - 1}}$$

4.5. Vay vốn trả góp

4.5.1. Định nghĩa

Vay vốn trả góp là vay ngân hàng số tiền là A đồng với lãi suất $r\%/tháng$. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ cách nhau đúng một tháng, mỗi hoàn nợ số tiền là X đồng và trả hết tiền nợ sau đúng n tháng.

4.5.2. Công thức tính

Cách tính số tiền còn lại sau n tháng giống hoàn toàn công thức tính gửi ngân hàng và rút tiền hàng tháng nên ta có

$$S_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Để sau đúng n tháng trả hết nợ thì $S_n = 0$ nên

$$A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$$

$$X = \frac{A(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1}$$

4.6. Bài toán tăng lương

4.6.1. Định nghĩa

Bài toán tăng lương được mô tả như sau: Một người được lãnh lương khởi điểm là A đồng/tháng. Cứ sau n tháng thì lương người đó được tăng thêm $r\%/tháng$. Hỏi sau kn tháng người đó lãnh được tất cả số tiền là bao nhiêu?

4.6.2. Công thức tính

Tổng số tiền nhận được sau kn tháng là $S_{kn} = Ak \frac{(1+r)^k - 1}{r}$

4.7. Bài toán tăng trưởng dân số

Công thức tính tăng trưởng dân số

$$X_m = X_n (1+r)^{m-n}, (m, n \in \mathbb{Z}^+, m \geq n)$$

Trong đó:

$r\%$ là tỉ lệ tăng dân số từ năm n đến năm m

X_m dân số năm m

X_n dân số năm n

Từ đó ta có công thức tính tỉ lệ tăng dân số là

$$r\% = \sqrt[m-n]{\frac{X_m}{X_n}} - 1$$

4.8. Lãi kép liên tục

Gửi vào ngân hàng A đồng với lãi kép $r\%/năm$ thì số tiền nhận được cả vốn lẫn lãi sau n năm ($n \in \mathbb{N}^*$) là: $S_n = A(1+r)^n$. Giả sử ta chia mỗi năm thành m kì hạn để tính lãi và lãi

suất mỗi kì hạn là $\frac{r}{m}\%$ thì số tiền thu được sau n năm là: $S_n = A\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \cdot n}$

Khi tăng số kì hạn của mỗi năm lên vô cực, tức là $m \rightarrow +\infty$, gọi là hình thức lãi kép liên tục thì người ta chứng minh được số tiền nhận được cả gốc lẫn lãi là:

$$S = Ae^{n \cdot r} \quad (\text{công thức tăng trưởng mũ})$$

4.9. Một số ví dụ lãi suất

Ví dụ 1. Chú Việt gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng với lãi kép 5%/năm. Tính số tiền cả gốc lẫn lãi chú Việt nhận được sau khi gửi ngân hàng 10 năm (gần với số nào nhất)?

- A. 16,234 triệu B. 16,289 triệu C. 16,327 triệu D. 16,280 triệu

Giải

Số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được sau 10 năm với lãi kép 5%/năm là

$$S_{10} = 10 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{10} \approx 16,28894627 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn B

Ví dụ 2. Bạn An gửi tiết kiệm một số tiền ban đầu là 1000000 đồng với lãi suất 0,58%/tháng (không kỳ hạn). Hỏi bạn An phải gửi bao nhiêu tháng thì được cả vốn lẫn lãi bằng hoặc vượt quá 1300000 đồng?

- A. 46 tháng B. 44 tháng C. 45 tháng D. 47 tháng

Giải

Áp dụng công thức (3) ta có số kì hạn là:

$$n = \log_{1,0058} \left(\frac{1300000}{1000000} \right) \approx 45,3662737 \text{ (tháng)}$$

Nên để nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi bằng hoặc vượt quá 1300000 đồng thì bạn An phải gửi ít nhất là 46 tháng.

Chọn A

Ví dụ 3. Bà Mai gửi tiết kiệm ngân hàng Vietcombank số tiền 50 triệu đồng với lãi suất 0,79% một tháng, theo phương thức lãi kép. Tính số tiền cả vốn lẫn lãi bà Mai nhận được sau 2 năm? (làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 60 393 000. B. 50 793 000 C. 50 790 000. D. 59 480 000

Giải

Đây là bài toán lãi kép với chu kỳ là một tháng, ta áp dụng công thức $A(1+r)^n$ với $A = 50$ triệu đồng, $r\% = 0,79\%$ và $n = 2.12 = 24$ tháng.

Ta được: $S = 50. (1 + 0,0079)^{24} \approx 60,393$ triệu đồng (chọn A)

Ví dụ 4. Chị Ngọc vay trả góp ngân hàng số tiền 50 triệu đồng với lãi suất 1,15%/tháng trong vòng 4 năm thì mỗi tháng chị Ngọc phải trả gần với số tiền nào nhất ?

- A. 1 362 000 đồng B. 1 432 000 đồng
C. 1 361 000 đồng D. 1 232 000 đồng

Giải

Áp dụng công thức trả góp với $A = 50$ triệu; $r = 1,15\%$ và $n = 4.12 = 48$ tháng. Số tiền chị Ngọc phải trả mỗi tháng là:

$$X = \frac{5.10^7 \cdot (1,0115)^{48} \cdot 0,0115}{(1,0115)^{48} - 1} = 1361312,807 \text{ đồng}$$

Chọn C

Ví dụ 5. Anh Sơn vay trả góp ngân hàng số tiền 500 triệu đồng với lãi suất 0,9%/tháng, mỗi tháng trả 15 triệu đồng. Sau bao nhiêu tháng thì anh Sơn trả hết nợ?

- A. 40 tháng B. 36 tháng C. 38 tháng D. 39 tháng

Giải

$$A.(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$$

Áp dụng công thức
triệu đồng ta được:

với $A = 500$ triệu; $r = 0,9\%$; $X = 15$

$$500.(1,009)^n - 15. \frac{(1,009)^n - 1}{0,009} = 0$$

giải được $n = 39,80862049$ (tháng)

Do đó, để trả hết nợ thì anh Sơn phải trả nợ trong vòng 40 tháng. (chọn A)



HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LÔGARIT

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

- A. $D = (-1; 3)$
- B. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
- C. $D = [-1; 3]$
- D. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$

Câu 2: Hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$ có tập xác định là:

- A. (2; 6)
- B. (0; 4)
- C. (0; +∞)
- D. \mathbb{R}

Câu 3: Hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$ có tập xác định là:

- A. (6; +∞)
- B. (0; +∞)
- C. (-∞; 6)
- D. \mathbb{R}

Câu 4: Gọi tập D là tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{\frac{3}{4}} + \log_2 \frac{5-x}{x+3}$. Khẳng định nào đúng?

- A. $D \subset (-3; 2)$
- B. $D \subset [2; 5]$
- C. $(-3; 2) \subset D$
- D. $[2; 5] \subset D$

Câu 5: Tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{2^x - 1}}{3^x - 9}$

- A. $D = (0; +\infty) \setminus \{2\}$
- B. $D \subset (1; +\infty) \setminus \{2\}$
- C. $D \subset [0; +\infty) \setminus \{2\}$
- D. $D \subset [1; +\infty) \setminus \{2\}$

.....
.....
Câu 6: Tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{4^x-2}}$

A. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

B. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$

C. $D = \mathbb{R}$

D. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$

.....
.....
.....
.....

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 \sqrt{x^2 + x - 12}$

A. $(-4; 3)$

B. $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$

C. $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

D. $[-4; 3]$

.....
.....
.....
.....

Câu 8: Hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ có tập xác định là:

A. $(0; +\infty)$

B. $(-\infty; 0)$

C. $(2; 3)$

D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

.....
.....
.....
.....

Câu 9: Hàm số $y = \frac{1}{1 - \ln x}$ có tập xác định là:

A. $(0; +\infty) \setminus \{e\}$

B. $(0; +\infty)$

C. \mathbb{R}

D. $(0; e)$

.....
.....
.....
.....

Câu 10: Cho hàm số $y = \log_a x, 0 < a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu $0 < a < 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Đạo hàm của hàm số $y' = \frac{1}{\ln a^x}$.

C. Tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .

D. Nếu $a > 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

.....
.....
.....
.....

.....
.....
Câu 11: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + e^x)$ là:

A. $\frac{1+e^x}{\ln 2}$

B. $\frac{1+e^x}{x+e^x}$

C. $\frac{1}{(x+e^x)\ln 2}$

D. $\frac{1+e^x}{(x+e^x)\ln 2}$

.....
.....
.....

Câu 12: Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-2)+1}$

A. $D = (2;3)$

B. $D = (2; +\infty)$

C. $(2;4]$

D. $D = [2;3]$

.....
.....
.....

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2} + \ln \frac{1}{x^2 - 1}$

A. $(1;2)$

B. $[1;2)$

C. $[1;2]$

D. $(1;2]$

.....
.....
.....

Câu 14: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x^2 + x - 2} \cdot \log_3(9 - x^2)$

A. $D = (-3; +\infty)$

B. $D = (-3; -2] \cup [1; 2)$

C. $D = (-2; +\infty)$

D. $D = (1; 3)$

.....
.....
.....

Câu 15: Tập xác định D của hàm số $y = \log_3 \frac{10-x}{x^2-3x+2}$

A. $D = (1; +\infty)$

B. $D = (-\infty; 10)$

C. $D = (-\infty; 1) \cup (2; 10)$

D. $D = (2; 10)$

.....
.....
.....

.....
.....
Câu 16: Tập xác định D của hàm số $y = \log_4(x-1)^2 - \log_{\frac{1}{2}}(3-x) - \log_8(x+1)^3$

- A. $D = (-\infty; 3)$ B. $D = (-1; 3)$ C. $D = (-1; 3) \setminus \{1\}$ D. $D = [-1; 3] \setminus \{1\}$
-
.....
.....

Câu 17: Cho hàm số $y = \sqrt{\ln x + 2}$. Tập xác định của hàm số là:

- A. $[e^2; +\infty)$ B. $[\frac{1}{e^2}; +\infty)$ C. $(0; +\infty)$ D. \mathbb{R}
-
.....
.....

Câu 18: Hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ có đạo hàm $f'(0)$ là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
-
.....
.....

Câu 19: Cho $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$. Đạo hàm $f'(1)$ bằng:

- A. $\frac{1}{\ln 2}$ B. $1 + \ln 2$ C. 2 D. $4\ln 2$
-
.....
.....

Câu 20: Hàm số $y = e^{ax}$ ($a \neq 0$) có đạo hàm cấp n là:

- A. $y^{(n)} = e^{ax}$ B. $y^{(n)} = a^n e^{ax}$ C. $y^{(n)} = n! e^{ax}$ D. $y^{(n)} = n \cdot e^{ax}$
-
.....
.....

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{e^{2017x} - 1}$ là:

- A. $[-1; +\infty) \setminus \{1\}$ B. $[-1; +\infty) \setminus \{0\}$ C. $(-1; +\infty) \setminus \{1\}$ D. $(-1; +\infty) \setminus \{0\}$
-
.....
.....
.....

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\ln(5-x)}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ B. $[-1; 5) \setminus \{4\}$ C. $[-1; 5]$ D. $(-1; 5)$
-
.....
.....
.....

Câu 23: Tập xác định của hàm số: $y = \ln(\ln x)$ là:

- A. $(1; +\infty)$ B. $D = (0; +\infty)$ C. $D = (e; +\infty)$ D. $D = (0; 1)$
-
.....
.....
.....

Câu 24: Tập xác định D của hàm số $y = \log_{x-1} \frac{x}{2-x}$ là:

- A. $D = (1; +\infty)$ B. $D = (0; 1)$ C. $D = (2; +\infty)$ D. $D = (1; 2)$
-
.....
.....
.....

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + e^x)$ là:

- A. $\frac{1+e^x}{\ln 2}$ B. $\frac{1+e^x}{x+e^x}$ C. $\frac{1}{(x+e^x)\ln 2}$ D. $\frac{1+e^x}{(x+e^x)\ln 2}$
-
.....
.....
.....

Câu 26: Đạo hàm cấp 1 của hàm số $y = \ln(2x^2 + e^2)$ là

$$A. y' = \frac{4x}{(2x^2 + e^2)}$$

$$B. y' = \frac{x}{(2x^2 + e^2)^2}$$

$$C. y' = \frac{4x + 2e}{(2x^2 + e^2)^2}$$

$$D. y' = \frac{4x}{(2x^2 + e^2)^2}$$

Câu 27: Tìm m để hàm số $y = 2x + 2017 + \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$:

A. $m = 2$

B. $m > 2$

C. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$

Câu 28. Ông A cần gửi vào ngân hàng số tiền *ít nhất* là bao nhiêu để đúng 3 năm nữa ông đủ số tiền mua xe trị giá 500 triệu đồng?.

A. 155 triệu đồng.

B. 143 triệu đồng.

C. 397 triệu đồng.

D. 404 triệu đồng.

Câu 29: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = (0,5)^x$

B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

C. $y = (\sqrt{2})^x$

D. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$

Câu 30: Hàm số nào dưới đây thì nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \log_2 x$

B. $y = \log_{\sqrt{3}} x$

C. $y = \log_{\frac{e}{\pi}} x$

D. $y = \log_{\pi} x$

Câu 31: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến:

A. $y = (2016)^{2x}$

B. $y = (0,1)^{2x}$

C. $y = \left(\frac{2015}{2016}\right)^x$

D. $y = \left(\frac{3}{\sqrt{2016} - \sqrt{2}}\right)^x$

.....
.....
.....
.....
Câu 32: Chú Nam gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng với lãi đơn 5%/năm thì sau 5 năm số tiền chú Nam nhận được cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

- A. 12,5 triệu B. 12 triệu C. 13 triệu D. 12, 8 triệu.
-
.....
.....
.....

Câu 33: Chị Hằng gửi ngân hàng 3 350 000 đồng, theo phương thức lãi đơn, với lãi suất 0,4 % trên nửa năm. Hỏi ít nhất bao lâu chị rút được cả vốn lẫn lãi là 4 020 000 đồng?

- A. 5 năm. B. 30 tháng. C. 3 năm. D. 24 tháng.
-
.....
.....
.....

Câu 34: Tính theo phương thức lãi đơn; để sau 2,5 năm rút được cả vốn lẫn lãi số tiền là 10 892 000 đồng với lãi suất 5/3 % một quý thì bạn phải gửi tiết kiệm số tiền bao nhiêu?

- A. 9 336 000 B. 10 456 000. C. 8 627 000. D. 9 215 000
-
.....
.....
.....

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 + 5)$ khi đó:

- A. $f'(1) = \frac{1}{6}$ B. $f'(1) = \frac{1}{3}$ C. $f'(1) = \ln 6$ D. $f'(1) = 0$
-
.....
.....
.....

Câu 36: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_5(x^2 + x + 1)$ là:

- A. $\frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 5}$ B. $\frac{1}{(x^2+x+1)\ln 5}$ C. $\frac{2x+1}{x^2+x+1}$ D. Đáp án khác
-
.....
.....
.....

Câu 37: Đạo hàm của hàm $y = e^{x^2+x}$ là:

- A. $(2x+1)e^{x^2+x}$ B. $(2x+1)e^x$ C. $(x^2+x)e^{2x+1}$ D. $(2x+1)e^{2x+1}$

Câu 38: Với điều kiện nào của a để hàm số $y = (2a-1)^x$ là hàm số mũ:

- A. $a \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty)$ B. $a \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ C. $a > 1$ D. $a \neq 0$

Câu 39: Với điều kiện nào của a để hàm số $y = (a^2 - a + 1)^x$ đồng biến trên \mathbb{R} :

- A. $a \in (0; 1)$ B. $a \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$
C. $a \neq 0; a \neq 1$ D. a tùy ý

Câu 40: Xác định a để hàm số $y = (2a-5)^x$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

- A. $\frac{5}{2} < a < 3$ B. $\frac{5}{2} \leq a \leq 3$ C. $a > 3$ D. $x < \frac{5}{2}$

Câu 41: Xác định a để hàm số $y = (a^2 - 3a - 3)^x$ đồng biến trên \mathbb{R} .

- A. $a > 4$ B. $-1 \leq a \leq 4$ C. $a < -1$ D. $a > -1$ hoặc $a > 4$

Câu 42: Xác định a để hàm số $y = \log_{2a-3} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

A. $a > \frac{3}{2}$

B. $\frac{3}{2} < a < 2$

C. $a > 2$

D. $a < \frac{3}{2}$

Câu 43: Với điều kiện nào của a để hàm số $y = \frac{1}{(1+a)^x}$ nghịch biến trên \mathbb{R} :

A. $a \in (0; 1)$

B. $a \in (-1; +\infty)$

C. $(0; +\infty)$

D. $a \neq -1$

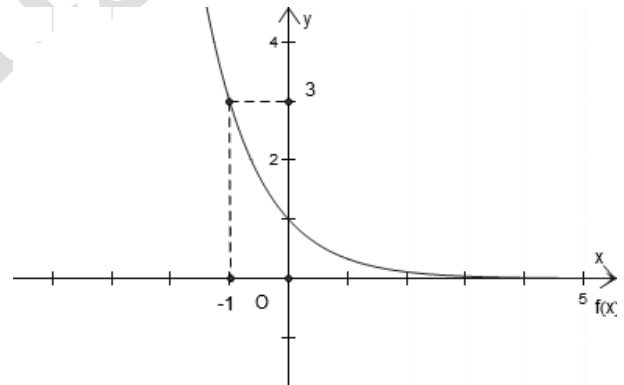
Câu 44: Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ ở bên đây ?

A. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

B. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

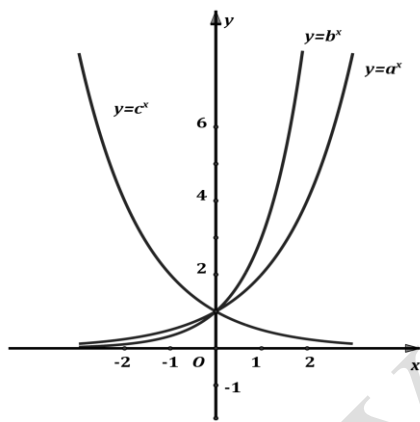
C. $y = 3^x$

D. $y = (\sqrt{2})^x$



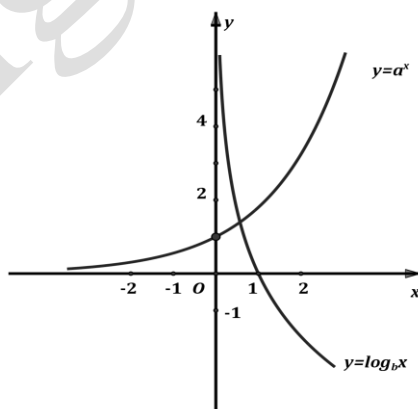
Câu 45: Cho đồ thị của các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ (a, b, c dương và khác 1). Chọn đáp án đúng:

- A. $a > b > c$ B. $b > c > a$
 C. $b > a > c$ D. $c > b > a$

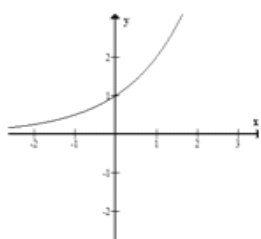


Câu 46: Cho đồ thị hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ như hình vẽ: Nhận xét nào đúng?

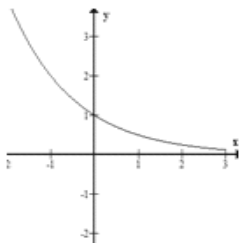
- A. $a > 1, b > 1$ B. $a > 1, 0 < b < 1$
 C. $0 < a < 1, 0 < b < 1$ D. $0 < a < 1, b > 1$



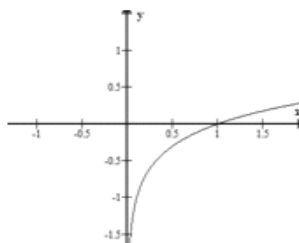
Câu 47: Trong các hình sau hình nào là dạng đồ thị của hàm số $y = a^x, a > 1$



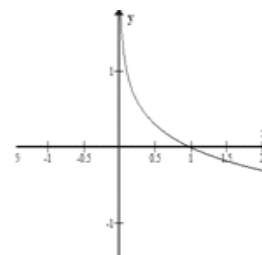
(I)



(II)



(III)

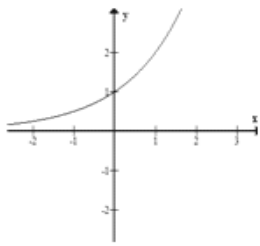


(IV)

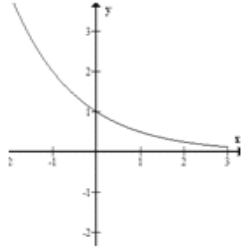
- A. (I) B. (II) C. (III) D. (IV)

.....

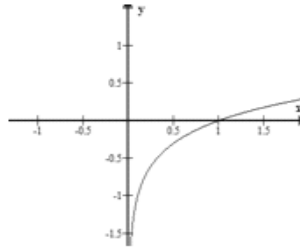
Câu 48: Trong các hình sau hình nào là dạng đồ thị của hàm số $y = a^x, 0 < a < 1$



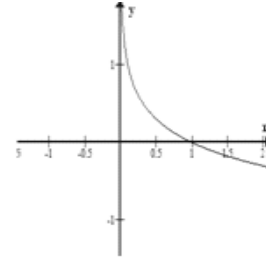
(I)



(II)



(III)



(IV)

A. (I)

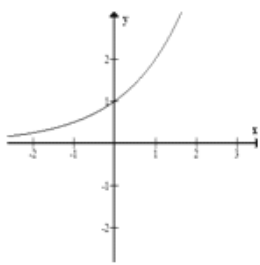
B. (II)

C. (IV)

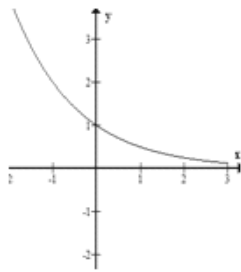
D. (III)

.....

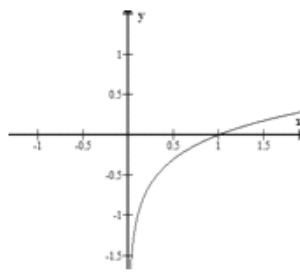
Câu 49: Trong các hình sau hình nào là dạng đồ thị của hàm số $y = \log_a x, a > 1$



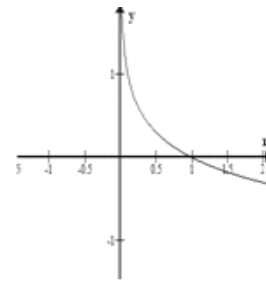
(I)



(II)



(III)



(IV)

A. (IV)

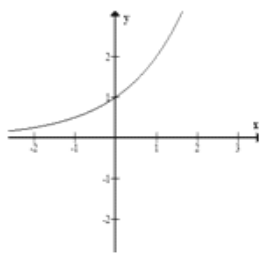
B. (III)

C. (I)

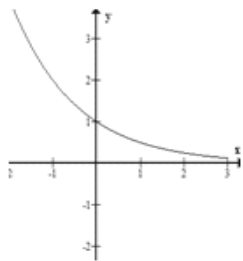
D. (II)

.....

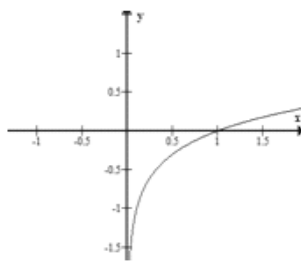
Câu 50: Trong các hình sau hình nào là dạng đồ thị của hàm số $y = \log_a x, 0 < a < 1$



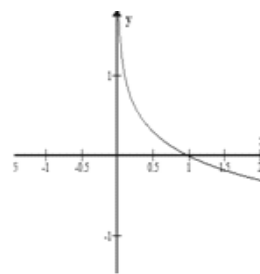
(I)



(II)



(III)



(IV)

A. (I)

B. (II)

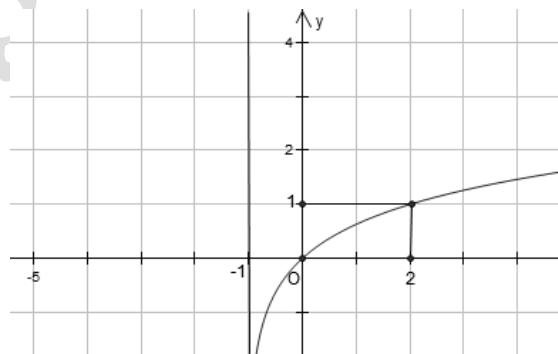
C. (IV)

D. (III)

Câu 51: Đồ thị hình bên là của hàm số nào ?

A. $y = \log_2 x + 1$ B. $y = \log_2(x + 1)$

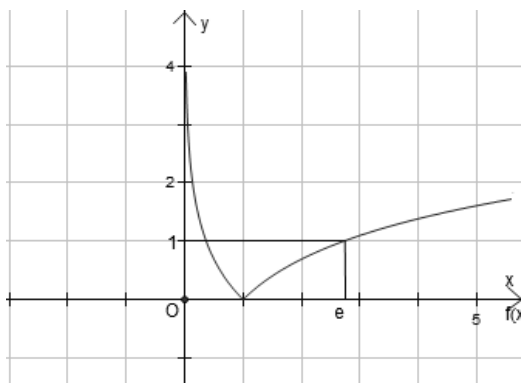
C. $y = \log_3 x$ D. $y = \log_3(x + 1)$



Câu 52: Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

A. $y = |\ln x|$ B. $y = \ln |x|$

C. $y = |\ln(x + 1)|$ D. $y = \ln |x + 1|$



.....
.....
Câu 53: Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x, (0 < a \neq 1)$ là:

- A. $(1; +\infty)$ B. $(0; +\infty)$ C. $[0; +\infty)$ D. \mathbb{R}
-
.....
.....

Câu 54: Tập giá trị của hàm số $y = a^x, (0 < a \neq 1)$ là:

- A. $(1; +\infty)$ B. $(0; +\infty)$ C. $[0; +\infty)$ D. \mathbb{R}
-
.....
.....

Câu 55: Cho $a > 0, a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là khoảng $(0; +\infty)$
B. Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là tập \mathbb{R}
C. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là tập \mathbb{R}
D. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là tập \mathbb{R}
-
.....
.....

Câu 56: Tìm phát biểu sai?

- A. Đồ thị hàm số $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ nằm hoàn toàn phía trên Ox .
B. Đồ thị hàm số $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ luôn đi qua điểm $A(0;1)$
C. Đồ thị hàm số $y = a^x, y = \left(\frac{1}{a}\right)^x, (0 < a \neq 1)$ đối xứng nhau qua trục Ox .
D. Đồ thị hàm số $y = a^x, y = \left(\frac{1}{a}\right)^x, (0 < a \neq 1)$ đối xứng nhau qua trục Oy .
-
.....
.....

Câu 57: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ là một hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$
- B. Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ là một hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$
- C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ ($0 < a \neq 1$) luôn đi qua điểm $(0; 1)$
- D. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ ($0 < a \neq 1$) thì đối xứng với nhau qua trục hoành

Câu 58: Cho $a > 1$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. $a^x > 1$ khi $x > 0$
- B. $0 < a^x < 1$ khi $x < 0$
- C. Nếu $x_1 < x_2$ thì $a^{x_1} < a^{x_2}$
- D. Trục tung là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = a^x$

Câu 59: Cho $0 < a < 1$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. $a^x > 1$ khi $x < 0$
- B. $0 < a^x < 1$ khi $x > 0$
- C. Nếu $x_1 < x_2$ thì $a^{x_1} < a^{x_2}$
- D. Trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = a^x$

Câu 60: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a < 1$ là một hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$
- B. Hàm số $y = \log_a x$ với $a > 1$ là một hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$
- C. Hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có tập xác định là \mathbb{R}
- D. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ ($0 < a \neq 1$) đối xứng với nhau qua trục hoành

Câu 61: Cho $a > 1$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. $\log_a x > 0$ khi $x > 1$
- B. $\log_a x < 0$ khi $0 < x < 1$
- C. Nếu $x_1 < x_2$ thì $\log_a x_1 < \log_a x_2$
- D. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ có tiệm cận ngang là trục hoành

Câu 62: Cho $0 < a < 1$ Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. $\log_a x > 0$ khi $0 < x < 1$
- B. $\log_a x < 0$ khi $x > 1$
- C. Nếu $x_1 < x_2$ thì $\log_a x_1 < \log_a x_2$
- D. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ có tiệm cận đứng là trục tung

Câu 63: Cho $a > 0, a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là tập \mathbb{R}
- B. Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là tập \mathbb{R}
- C. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là khoảng $(0; +\infty)$
- D. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là tập \mathbb{R}

Câu 64: Chú Việt gửi vào ngân hàng 10 triệu đồng với lãi kép 5%/năm. Tính số tiền cả gốc lẫn lãi chú Việt nhận được sau khi gửi ngân hàng 10 năm (gần với số nào nhất)?

- A. 16,234 triệu
- B. 16, 289 triệu
- C. 16, 327 triệu
- D. 16, 280 triệu

Câu 65: Bạn An gửi tiết kiệm một số tiền ban đầu là 1000000 đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,58%/tháng (không kỳ hạn). Hỏi bạn An phải gửi bao nhiêu tháng thì được cả vốn lẫn lãi bằng hoặc vượt quá 1300000 đồng?

- A. 46 tháng
- B. 44 tháng
- C. 45 tháng
- D. 47 tháng

.....
.....
.....
.....
Câu 66: Chị Thanh gửi ngân hàng 155 triệu đồng, hình thức lãi kép với lãi suất 1,02 % một quý. Hỏi sau một năm số tiền lãi chị nhận được là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng nghìn)

- A. 161 421 000. B. 161 324 000 C. 7 698 000 D. 6 421 000
-
.....
.....

Câu 67: Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x (x > 0, a > 0, a \neq 1)$ là:

- A. $(0; +\infty)$ B. $(-\infty; 0)$ C. \mathbb{R} D. $[0; +\infty)$
-
.....
.....

Câu 68: Cho hàm số: $f(x) = x.e^x$ ta có $f'(1)$ là:

- A. 1 B. e C. 2e D. e+1
-
.....
.....
.....
.....

Câu 69: Đạo hàm của hàm số $y = e^{\sin^2 x}$ là:

- A. $\cos^2 x e^{\sin^2 x}$ B. $\cos 2x e^{\sin^2 x}$ C. $\sin 2x e^{\sin^2 x}$ D. $\sin^2 x.e^{\sin^2 x - 1}$
-
.....
.....

Câu 70: Đạo hàm của hàm $y = (x^2 - 2x)e^x$ là:

- A. $(x^2 - 2x + 2)e^x$ B. $(x^2 - 2)e^x$ C. $(x^2 - x)e^x$ D. $(x^2 + 2)e^x$
-
.....

.....
.....
Câu 71: Đạo hàm của hàm số $y = (2x - 1)3^x$ là:

- A. $3^x(2 - 2x \ln 3 + \ln 3)$ B. $3^x(2 + 2x \ln 3 - \ln 3)$ C. $2 \cdot 3^x + (2x - 1)x \cdot 3^{x-1}$ D. $2 \cdot 3^x \ln 3$
-
.....
.....

Câu 72: Đạo hàm của hàm $y = \frac{e^x}{x+1}$ là:

- A. $\frac{(x+2)e^x}{(x+1)^2}$ B. $\frac{xe^x}{(x+1)^2}$ C. $\frac{(x-1)e^x}{(x+1)^2}$ D. $\frac{e^x}{x+1}$
-
.....
.....

Câu 73: Đạo hàm của hàm $y = x^2 \ln x$ là:

- A. $2x \ln x + 1$ B. $2x \ln x + x$ C. $2x \ln x + 2$ D. $2x(\ln x + 1)$
-
.....
.....

Câu 74: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2^2(2x+1)$ là:

- A. $\frac{2 \log_2(2x+1)}{(2x+1) \ln 2}$ B. $\frac{4 \log_2(2x+1)}{(2x+1) \ln 2}$ C. $\frac{4 \log_2(2x+1)}{2x+1}$ D. $\frac{2}{(2x+1) \ln 2}$
-
.....
.....

Câu 75: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = e^{x^2-2x+2}$ trên $[0; 2]$ là:

- A. 1 B. e C. $\frac{1}{\sqrt{e}}$ D. \sqrt{e}
-
.....
.....

Câu 76: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ trên $[1; e^2]$ là:

- A. 0 B. $\frac{1}{e}$ C. $\frac{2}{e^2}$ D. 0

Câu 77: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 e^x$ trên $[-3; 2]$ là:

- A. $M = 4e^2$ B. $M = 2e^{\sqrt{2}}$ C. $M = 3e^{\sqrt{3}}$ D. $M = 9e^3$

Câu 78: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - \ln(1 - 2x)$ trên $[-2; 0]$ là:

- A. 0 B. $4 - \ln 5$ C. $\frac{1}{4} - \ln 2$ D. Giá trị khác.

Câu 79: Cho hàm số $y = \ln(1 + x^2)$ (C). Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ bằng:

- A. $\ln 2$ B. 1 C. -1 D. $\frac{1}{2}$

Câu 80: Đồ thị (L) của hàm số $f(x) = \ln x$ cắt trục hoành tại điểm A, tiếp tuyến của (T) tại A có phương trình là:

- A. $y = x - 1$ B. $y = 2x + 1$ C. $y = 3x$ D. $y = 4x - 3$