

BÀI 2: MẶT CẦU

I. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU:

Dạng 1: Mặt cầu $S(I; R)$: $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

\Rightarrow (S) có tâm I (a; b; c), bán kính R

Dạng 2 (khai triển):

Trong không gian Oxyz phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu nếu thỏa: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$. Khi đó mặt cầu có:

Tâm I (a; b; c). Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

2. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm tâm và bán kính của các mặt cầu sau:

$$a) \quad (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 5)^2 = 9$$

b) $(x+4)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 + 3 = 7$

c) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 1 = 0$

d) $x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 4y - 6z + 24 = 0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

e) $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 16x + 8y - 4z - 8 = 0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

f) $x^2 + y^2 + z^2 - 8y + 2z + 10 = 0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

g) $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2z - 4 = 0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

h) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 4 = 0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

i) $x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 2. Viết phương trình mặt cầu (S) trong các trường hợp sau:

- a) (S) có tâm I(2; -3; 4) có bán kính R=3

.....
.....
.....
.....

- b) (S) có tâm I (1; 2; -4) có đường kính $d = 8$

.....
.....
.....

- c) (S) có tâm I (-3; 1; 4) đi qua điểm M (-2; 3; 5)

- d) (S) có đường kính là AB biết A (1; 3; 2), B (3; 5; 2)

e) (S) có tâm thuộc Oy và qua 2 điểm A (1; 2; -4), B (1; -3; 1)

f) (S) có tâm I (a, b, 0) và qua 3 điểm A (1; 2; -4), B (1; -3; 1), C (2; 2; 3)

g) (S) có tâm I thuộc mp Oxz và qua 3 điểm M (5; 3; -1), N (2; 3; -4), P (1;2;0)

h) (S) có tâm I thuộc mp Oyz và qua 3 điểm D (-3; -2; 0), E (3; -3; 1), F (5;0;2)

i) (S) ngoại tiếp tú diện OMNP bié t M (1; 2; -4), N (1; -3; 1), P (2; 2; 3)

j) (S) đi qua 4 điểm A (3; -6; 2), B (6; 0; 1), C (-1; 2; 0), D (0; 4; 1)

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM – MẶT CẦU

Câu 1: Phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 8 = 0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là:

- A. $I(4; -5; 4)$, $R = \sqrt{57}$ B. $I(4; -5; 4)$, $R = 7$
C. $I(4; 5; 0)$, $R = 7$ D. $I(4; -5; 0)$, $R = 7$
-
.....
.....
.....

Câu 2: Phương trình mặt cầu tâm I $(3; -1; 2)$, $R = 4$ là:

- A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4 = 0$
C. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4z - 2 = 0$
-
.....
.....
.....

Câu 3: Cho $I(4; -1; 2)$, $A(1; -2; -4)$, phương trình mặt cầu (S) có tâm I và đi qua A là:

- A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{46}$ B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 46$
C. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{46}$ D. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 46$
-
.....
.....
.....

Câu 4: Viết phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-2, 1, -1)$ qua $A(4, 3, -2)$.

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 35 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 35 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + 35 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 2z - 35 = 0$
-
.....
.....
.....

Câu 5: Viết phương trình mặt cầu (S) tâm $E(-1, 2, 4)$ qua gốc O.

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 8z + 42 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 8z + 21 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 8z - 42 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 8z = 0$

Câu 6: Phương trình nào **không phải** là phương trình mặt cầu, chọn đáp án đúng nhất:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 100 = 0$ B. $-3x^2 - 3y^2 - 3z^2 + 48x - 36z + 297 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 12y - 16z + 100 = 0$ D. B và C

Câu 7: Phương trình nào **không phải** là pt mặt cầu tâm I (-4; 2; 0), $R = \sqrt{5}$, chọn đáp án đúng nhất:

- A. $x^2 + y^2 - z^2 + 8x - 4y + 15 = 0$ B. $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 5$
C. $-x^2 - y^2 - z^2 - 8x + 4y - 15 = 0$ D. A và C

Câu 8: Tìm tất cả m để phương trình sau là pt mặt cầu:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$$

- A. $m < -5$ hoặc $m > 1$ B. $m > 1$ C. Không tồn tại m D. Cả 3 đều sai

Câu 9: Tất cả m để phương trình sau là pt mặt cầu?

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(m-1)x + 4my - 4z - 5m + 9 + 6m^2 = 0$$

- A. $-1 < m < 4$ B. $m < -1$ hoặc $m > 4$ C. Không tồn tại m D. Cả 3 đều sai

Câu 10: Phương trình mặt cầu (S) có đường kính BC, với $B(0; -1; 3)$; $C(-1; 0; -2)$ là:

- A. $x^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{27}{4}$ B. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$
C. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$ D. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = 27$

Câu 11: Viết phương trình mặt cầu (S) đường kính AB với $A(4, -3, 5); B(2, 1, 3)$.

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 2y - 8z - 26 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 8z + 26 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 8z + 20 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y + 8z - 20 = 0$

Câu 12: Cho $A(-1; 2; 4)$ và mp $(\alpha): 2x - y + z - 1 = 0$. Phương trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với (α) , là:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{1}{6}$ B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{1}{36}$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{2}{3}$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{4}{9}$

Câu 13: Phương trình mặt cầu (S) có tâm A (3; -2; -2) và tiếp xúc với P : $x + 2y + 3z - 7 = 0$.
là:

- A. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 14$ B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{14}$
C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 14$ D. Không tồn tại mặt cầu trên

Câu 14: Cho $\begin{cases} A(1;2;0), B(-1;1;3), C(2;0;-1) \\ (P) \equiv (Oxz) \end{cases}$. Pt mặt cầu đi qua A, B, C và có tâm nằm trong
mặt phẳng (P) là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 6z + 1 = 0$ B. $(x+3)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 17$
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 17$ D. $(x-3)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 17$

Câu 15: Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện ABCD với $A(0,-1,0)$;
 $B(2,0,1)$; $C(1,0,-1)$; $D(1,-1,0)$.

A. $x^2 + y^2 + z^2 - x + y - z - 2 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - 2z + 2 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z - 2 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + z + 2 = 0$

Câu 16: Phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 8 = 0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là:

- A. I(4 ; -5 ; 4), R = $\sqrt{57}$ B. I(4 ; -5 ; 4), R = 7 C. I(4 ; 5 ; 0), R = 7 D. I(4 ; -5 ; 0), R = 7

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;3;5), B(-5;-3;-1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4z - 10 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4z - 19 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 19 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4z - 19 = 0$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) : $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A.** $I(2;0;-1)$ **B.** $I(-2;0;1)$ **C.** $I(2;-1)$ **D.** $I(2;-1;3)$

Câu 19: Phương trình mặt cầu tâm $I(a, b, c)$ có bán kính R là:

- A.** $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz - R^2 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0, \quad d = a^2 + b^2 + c^2 - R^2$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0, \quad a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

Câu 20: $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình của mặt cầu khi và chỉ khi:

- A.** $d \neq 0$ **B.** $d < 0$ **C.** $d > 0$ **D.** $d \neq a^2 + b^2 + c^2$

Câu 21: Điều kiện để $(S): x^2 + y^2 + z^2 + Ax + By + Cz + D = 0$ là một mặt cầu là:

- A.** $A^2 + B^2 + C^2 - D > 0$ **B.** $A^2 + B^2 + C^2 - 2D = 0$
C. $A^2 + B^2 + C^2 - 4D > 0$ **D.** $A^2 + B^2 + C^2 + D = 0$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Măt cầu (S) có tâm I và bán kính R là:

- A.** $I(-2;1;3)$, $R = 2\sqrt{3}$. **B.** $I(2;-1;-3)$, $R = \sqrt{12}$.
C. $I(2;-1;-3)$, $R = 4$. **D.** $I(-2;1;3)$, $R = 4$.

Câu 23: Trong không gian Oxyz cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x + y - 3z + \frac{7}{4} = 0$. Tọa độ tâm

I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

- A.** $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right), R = \frac{1}{2}$. **B.** $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right), R = \frac{1}{2}$.
C. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right), R = 1$. **D.** $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right), R = 1$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R là:

- A.** $I(-2;1;3)$, $R = 2\sqrt{3}$. **B.** $I(2;-1;-3)$, $R = \sqrt{12}$.
C. $I(2;-1;-3)$, $R = 4$. **D.** $I(-2;1;3)$, $R = 4$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;3;0)$, $B(3;0;3)$, $C(0;3;3)$, $D(3;3;3)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D .

- A.** $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 3y - 3z = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 3z = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y - 3z = 0$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 1$.

- A.** I (-1;2;0) và R = 1. **B.** I (1;0;2) và R = 2. **C.** I (1; -2; 0) và R = 1. **D.** I (3; 2; 1) và R = 2.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(2;4;-1)$ và đi qua $A(5;2;3)$.

- A.** $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2z - 8 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y + 2z - 8 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 8y + 2z - 12 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y + 2z - 12 = 0$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 4$. Tìm toa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- $$A; I(5;0;4), R=4. \quad B; I(5;0;4), R=2. \quad C; I(-5; 0; -4), R=2 \quad D; I(-5; 0; -4), R=-2$$

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua gốc O .

- A.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y - 3z = 0$.

Câu 30. Cho hai điểm A (2; 4; 1), B (-2; 2; -3). Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $x^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$ B. $x^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 36$
 C. $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 9$ D. $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 36$

Câu 31: Phương trình mặt cầu tâm I(3; -1; 2), R = 4 là:

- A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4 = 0$
 C. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4z - 2 = 0$

Chúc các em thành công!